北京建筑大学

第十二届全国
流体力学学术会议

分布阶Maxwell磁纳米流体流动和磁扩散

吴学珂，刘春燕*，白羽，张艳，王欣

北京建筑大学理学院，北京 100044

建筑结构与环境修复功能材料北京市重点实验室，北京 100044

liuchunyan@bucea.edu.cn

本文研究了粘弹性基磁纳米流体在拉伸平板下的非稳态层流边界层流动，施加水平磁场并考虑感应磁场情况下，将时间分布阶Maxwell本构模型引入动量方程，构建速度和磁扩散控制方程组。采用高斯中点求积法逼近分布阶积分，利用有限差分法及L1算法获得模型的数值解，构造解析解验证了数值解的有效性。分析讨论了磁纳米粒子体积分数和磁参数对速度和感应磁场的影响，结果表明：随着磁参数的增大，流体速度降低，感应磁场增大；纳米粒子体积分数增加，速度增大，感应磁场减小。

研究内容 Contents

时间分布阶Maxwell流体的本构方程：

$$\sigma_{xy}+\int_0^1 \omega_1(\alpha)\lambda_1^\alpha \frac{\partial^\alpha \sigma_{xy}}{\partial t^\alpha}d\alpha=\mu\frac{\partial u}{\partial y}, \tag{1}$$

考虑线性拉伸板上的二维不可压缩非稳态Maxwell磁纳米流体的边界层流动问题。建立二维笛卡尔坐标系，其中x轴与平板平行，y轴垂直于平板。在水平方向施加振荡磁场 $H_e=H_0\left(cos(x/L)+1\right)$，将时间分布阶Maxwell本构关系代入动量方程，并与磁扩散方程建立流动和感应磁场的控制方程组：

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0,\quad \frac{\partial H_1}{\partial x}+\frac{\partial H_2}{\partial y}=0, \tag{2}$$

$$\begin{aligned}&\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+\int_0^1\omega_1(\alpha)\lambda_1^\alpha\frac{\partial^{\alpha+1}u}{\partial t^{\alpha+1}}d\alpha\\&+\int_0^1\omega_1(\alpha)\lambda_1^\alpha\frac{\partial^\alpha}{\partial t^\alpha}\left(u\frac{\partial u}{\partial x}\right)d\alpha+\int_0^1\omega_1(\alpha)\lambda_1^\alpha\frac{\partial^\alpha}{\partial t^\alpha}\left(v\frac{\partial u}{\partial y}\right)d\alpha\\&=-\frac{\mu_e H_e}{4\pi\rho_{nf}}\frac{\mathrm{d}H_e}{\mathrm{d}x}+\frac{\mu_e}{4\pi\rho_{nf}}\int_0^1\omega_1(\alpha)\lambda_1^\alpha\frac{\partial^\alpha}{\partial t^\alpha}\left(H_1\frac{\partial H_1}{\partial x}\right)d\alpha\\&+\frac{\mu_e}{4\pi\rho_{nf}}\int_0^1\omega_1(\alpha)\lambda_1^\alpha\frac{\partial^\alpha}{\partial t^\alpha}\left(H_2\frac{\partial H_1}{\partial y}\right)d\alpha+\left(\frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}}\right)\frac{\partial^2 u}{\partial y^2},\end{aligned} \tag{3}$$

$$\frac{\partial H_1}{\partial t}+u\frac{\partial H_1}{\partial x}+v\frac{\partial H_1}{\partial y}-H_2\frac{\partial u}{\partial y}-H_1\frac{\partial u}{\partial x}=\alpha_m\frac{\partial^2 H_1}{\partial y^2}. \tag{4}$$

$$\begin{aligned}&t=0: u=0, v=0, H_1=0, H_2=0,\\&t>0: u=u_w=ax, v=0, \frac{\partial H_1}{\partial y}=H_2=0,\quad y=0,\\&u\to 0, H_1\to H_e=H_0\left(\cos\frac{x}{L}+1\right), y\to\infty,\end{aligned} \tag{5}$$

对控制方程组(2)-(5)进行无量纲化，采用有限差分法与L1算法相结合求解数值解。

结果/讨论 Results/Discussion

图1描述了磁参数M对速度和感应磁场的影响。从图1.(a)中可以看出，当M增大时，速度减小，这是因为产生的洛伦兹力阻碍流体运动，使得流体的速度减小。而从图1.(b)可以看出，在边界层内感应磁场随M的增大而增大。因为M增大时磁导率增加，从而感应磁场增加。

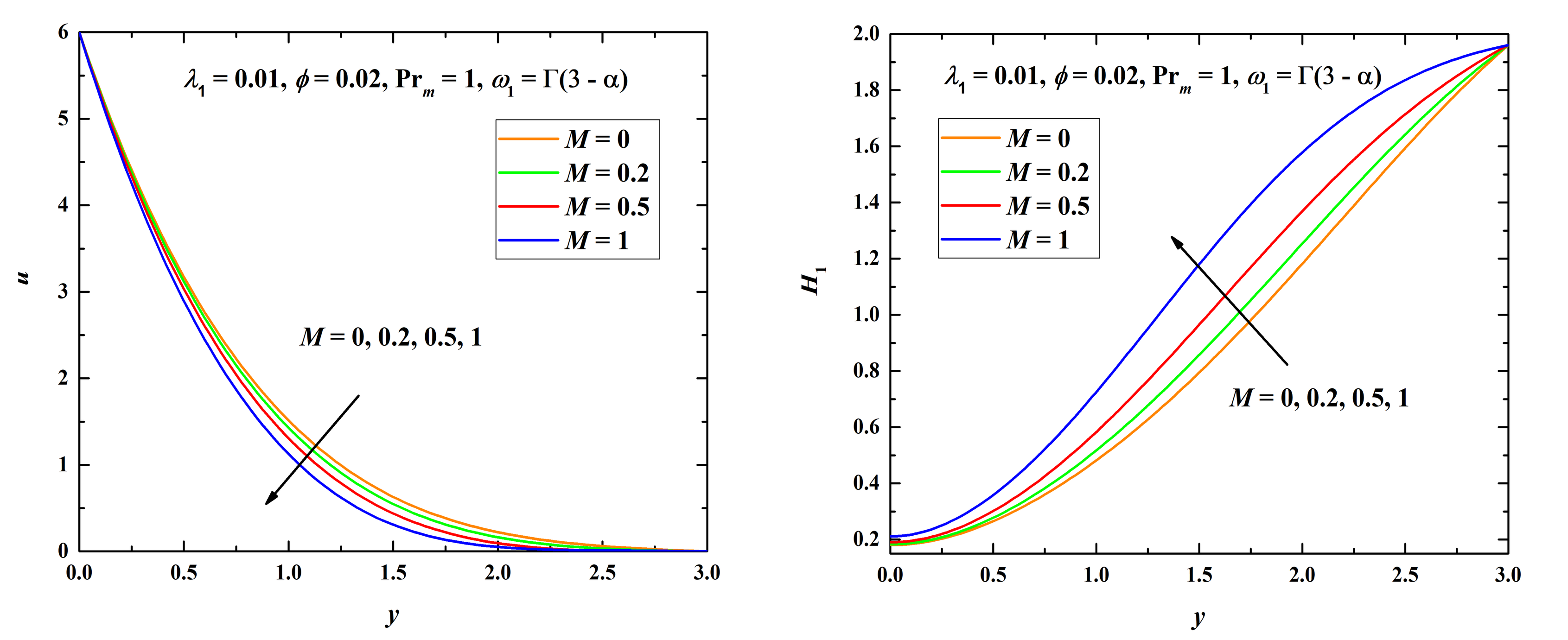

图1. 磁参数M对(a)速度和(b)感应磁场的影响

图2显示了速度和感应磁场随磁纳米粒子体积分数ϕ的变化。当ϕ增加时，速度增大，边界层厚度变厚，而感应磁场减小。由于拉伸板的运动导致固体颗粒运动的增加，从而速度随着磁纳米颗粒的加入而增加。而在外加磁场的作用下，随着ϕ的增加，速度的增大导致磁对流项增大，使得磁扩散效应减小，从而在边界层内感应磁场减小。

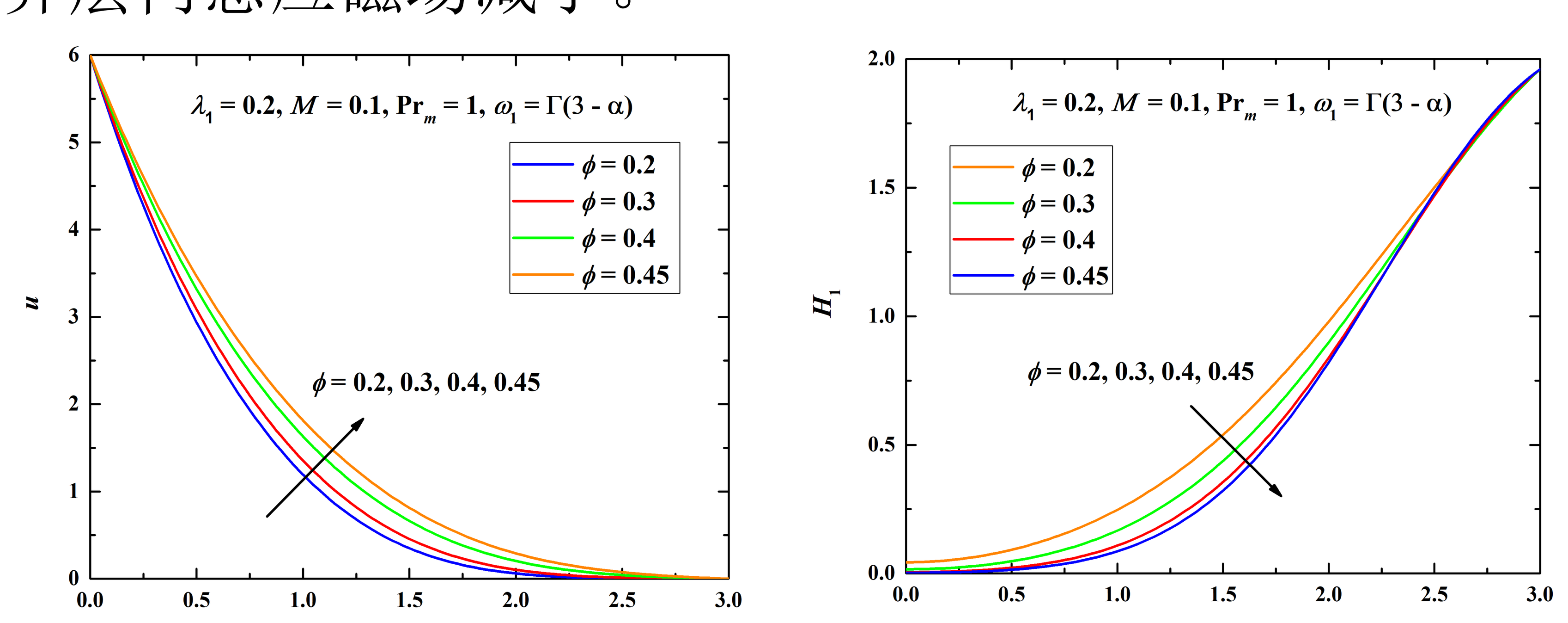

图2. 磁纳米粒子体积分数ϕ对(a)速度和(b)感应磁场的影响

结论 Conclusions

本文主要研究了感应磁场作用下时间分布阶Maxwell磁纳米流体的非稳态拉伸流动，将时间分布阶Maxwell本构模型和动量方程耦合，构建速度和磁扩散控制方程组。基于有限差分法和L1算法获得速度和感应磁场的数值解，并验证了收敛性。结果表明随着磁参数的增大，流体速度降低，感应磁场增大；反之纳米粒子体积分数增加，速度增大，感应磁场减小。

基金资助项目：国家自然青年科学基金(No.12102032)，北京建筑大学金字塔人才培养工程项目(No. JDYC20220829)，北京建筑大学促进高校内涵发展定额项目(No.X21027)