

# 基于磁矢量势方程的高超声速磁流体控制数值模拟

彭顺浩、封永亮

西北工业大学航空学院、极端力学研究院

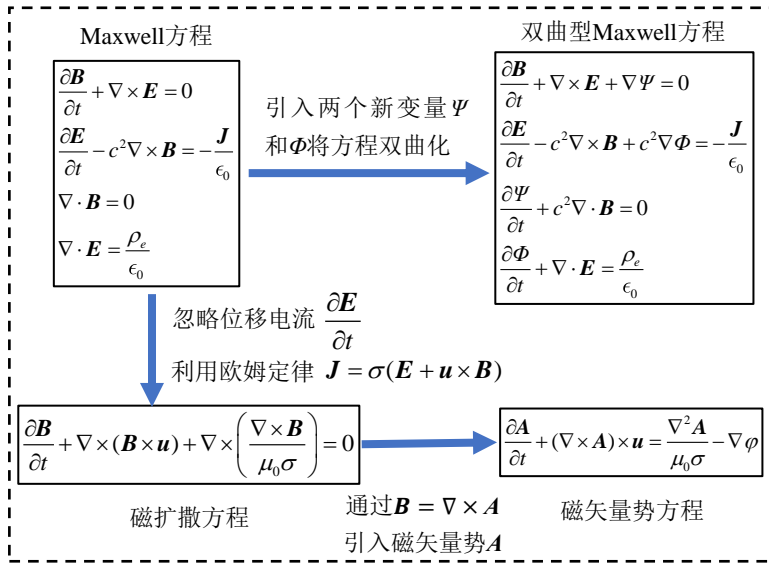
Email: yongliang.feng@nwpu.edu.cn

## 介绍

- 高超声速空气磁流体控制数值模拟中存在磁场散度约束、光速和磁扩散项限制时间步长等问题。本文分别采用双曲型Maxwell方程和磁矢量势方程两种散度清除方法对高超声速磁流体钝头绕流控制进行了数值模拟，并详细对比了两种方法得到的感应磁场及散度误差。

## 研究方法

- 本文假设空气为完全气体，采用Navier-Stokes方程进行求解，其对流项采用MUSCL插值结合Steger-Warming分裂进行离散，黏性项采用二阶中心格式进行离散，时间推进采用显式龙格-库塔格式。
- 双曲型Maxwell方程空间离散采用MUSCL插值结合Steger-Warming分裂格式，时间推进采用显式龙格-库塔格式，并采用“假光速”加速收敛方法减小时间步长。
- 磁矢量势方程空间离散采用二阶中心格式，时间推进采用全隐式格式以克服磁场扩散项刚性，并采用高斯-赛德尔迭代法求解。



- Navier-Stokes方程壁面边界： $\frac{\partial p}{\partial n} = 0, u = v = 0, \frac{T_w}{T_\infty} = 1$
- 双曲型Maxwell壁面边界： $B_n = 0, \frac{\partial B_t}{\partial n} = 0, \mathbf{E} = 0, \Psi = \Phi = 0$
- 磁矢量势方程壁面边界： $\mathbf{A} = 0$

## 计算结果

- 外加磁场为中心在坐标原点的偶极子磁场。来流马赫数  $Ma = 21.5$ ，来流雷诺数  $Re = 10^5$ ，磁相互作用数  $S = 69$ ，磁雷诺数  $Re_m = 1$ 。

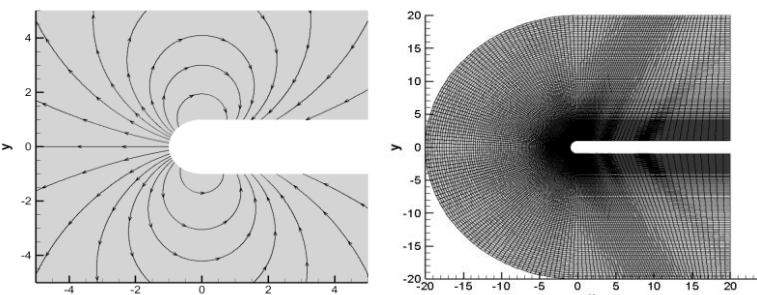


图1 外加磁场示意图和计算网格(200×200)

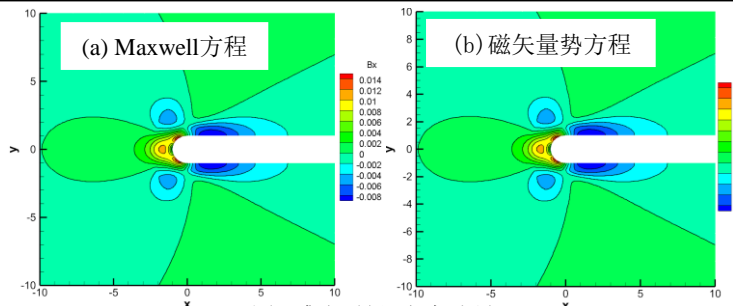


图2 感应磁场x方向分量

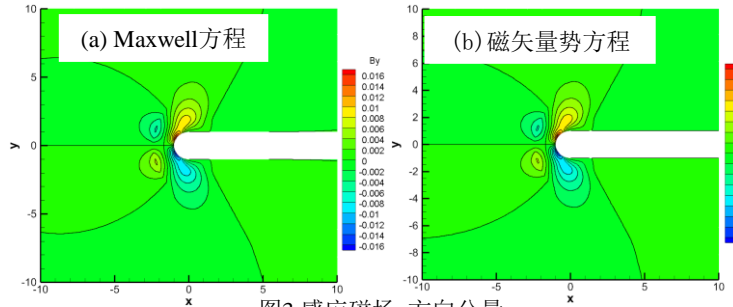


图3 感应磁场y方向分量

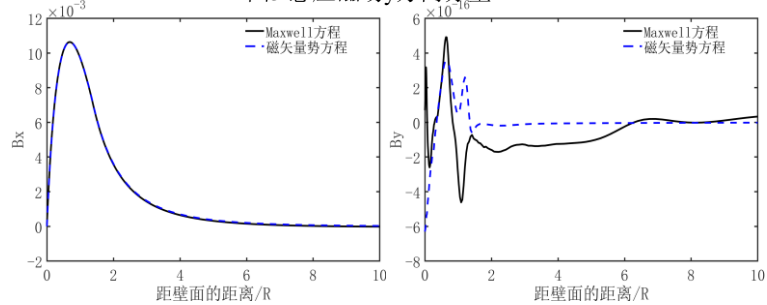


图4 驻点线上的感应磁场

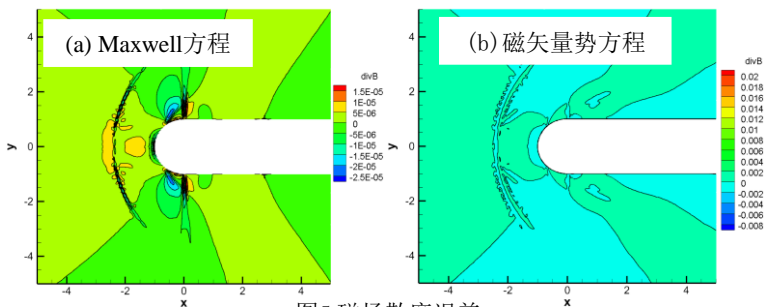


图5 磁场散度误差

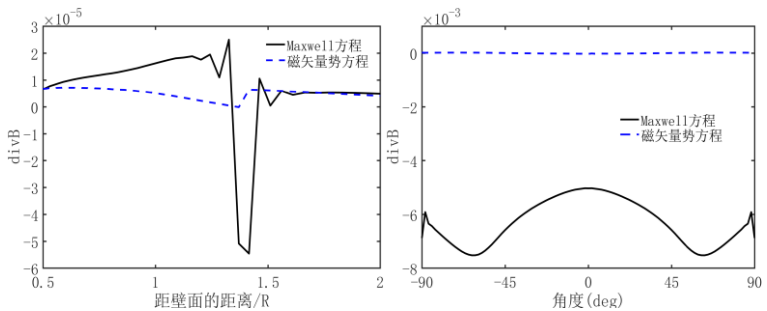


图6 驻点线和壁面上的磁场散度误差

## 结论

- 基于和磁矢量势方程计算得到的感应磁场与双曲型Maxwell方程结果基本完全一致，但磁场散度误差比双曲型Maxwell方程结果小3个数量级。此外，采用双曲型Maxwell进行求解时，激波间断和壁面边界条件是引入磁场散度误差的主要因素。