振荡板上非稳态Oldroyd-B斜驻点流动的切比雪夫谱-牛顿迭代方法研究

白羽，唐巧丽，张艳，王欣

北京建筑大学理学院 北京 102616

建筑结构与环境修复功能材料北京市重点实验室 北京 102616

baiyu@bucea.edu.cn

本文考虑上随体Oldroyd-B流体在具有余弦振荡规律的薄板上的非稳态斜驻点流动。首先，将Oldroyd-B流体本构关系代入动量方程，应用边界层近似理论和斜驻点流特征，通过求解一阶常微分方程得到压强项，建立了非稳态Oldroyd-B流体在振荡板上的斜驻点流动模型。接着，利用合理的相似变换将模型转化为时变偏微分方程，建立了切比雪夫谱-牛顿迭代格式来求其数值解。最后，利用图像分析参数对流动的影响。结果表明，振荡板处的流体速度随着时间周期性振荡，非稳态参数与流体的松弛特性阻碍流体流动，剪切参数的正负可以控制流体的入射方向。

模型

图1为斜驻点流动物理模型图。与平板平行的方向建立笛卡尔坐标系的x轴，垂直平板的方向建立y轴，流体在y>0的区域流动。u_w为板的拉伸速度。V_∞= (u_∞, v_∞)为无穷远处流体的速度。

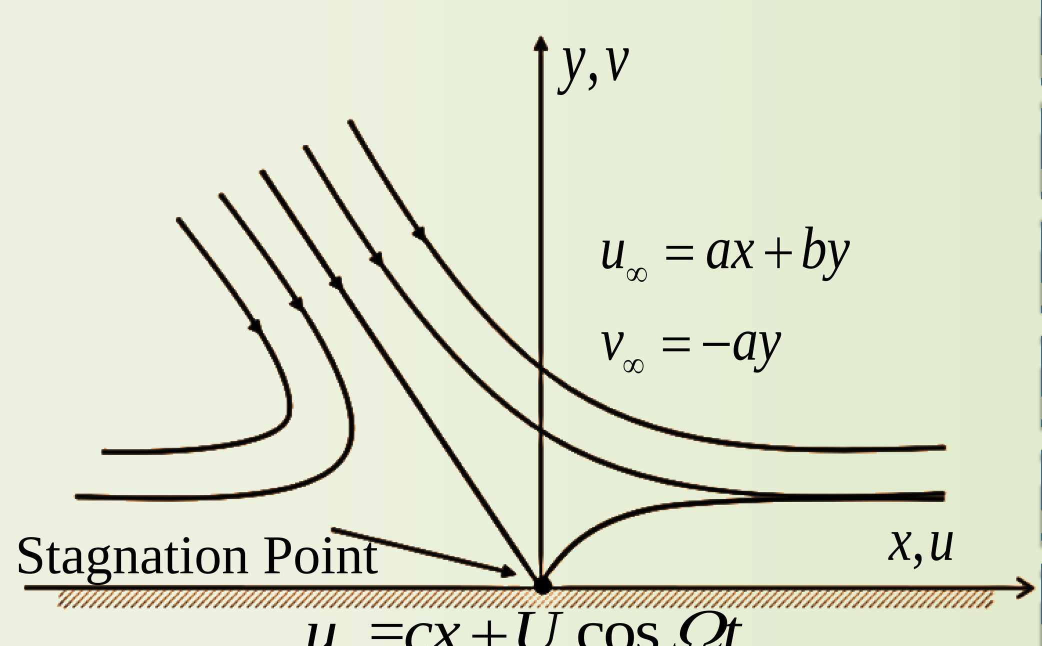

图1 物理模型图

压力梯度的独特求解:

根据势流区特性获得压力梯度的一阶常微分方程:

$$P' + \frac{1}{\lambda_1(ax+by)}P = -\frac{\rho}{\lambda_1}a + \frac{\rho aby}{\lambda_1(ax+by)}$$

获得模型控制方程为:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{a^2}{1+a\lambda_1}x - u\frac{\lambda_1 a^2}{1+a\lambda_1} = \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$
$$+\nu\lambda_2\left(\frac{\partial^3 u}{\partial y^2\partial t} + v\frac{\partial^3 u}{\partial y^3} + u\frac{\partial^3 u}{\partial x\partial y^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}\frac{\partial u}{\partial y} - 3\frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)$$
$$-\lambda_1\left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + 2u\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial t} + 2v\frac{\partial^2 u}{\partial y\partial t} + u^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + v^2\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + 2uv\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}\right)$$

斜驻点流边界条件:

$$y = 0 \quad : u = u_w = cx + U\cos\Omega t,\quad v = v_w = 0$$
$$y \to \infty : u = u_\infty = ax + by,\quad v = v_\infty = -ay$$

方法 切比雪夫谱-牛顿迭代方法

基本思想: 将控制方程线性化、解耦简化为一系列子系统，并采用谱配点法求解。

优点: 易于发展和数值实现，收敛速度快，结果准确，求解大型非线性系统的类似边界层边值问题有高效率。

结果与讨论

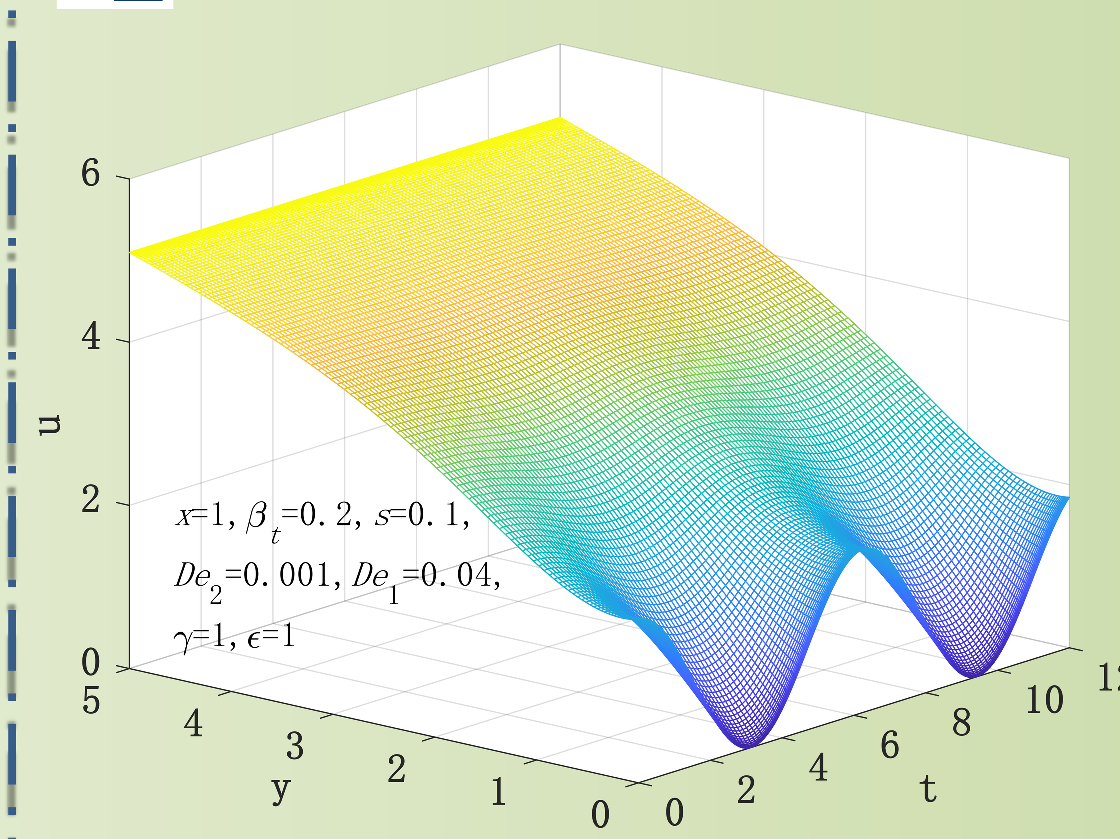

图2 速度三维图

图2 为关于时间t和空间y的速度u的三维图。

时间上，靠近板处的流体由于板的周期性振荡也具有周期性振荡速度。空间上，随着y不断增大，流体速度与来流速度相同。

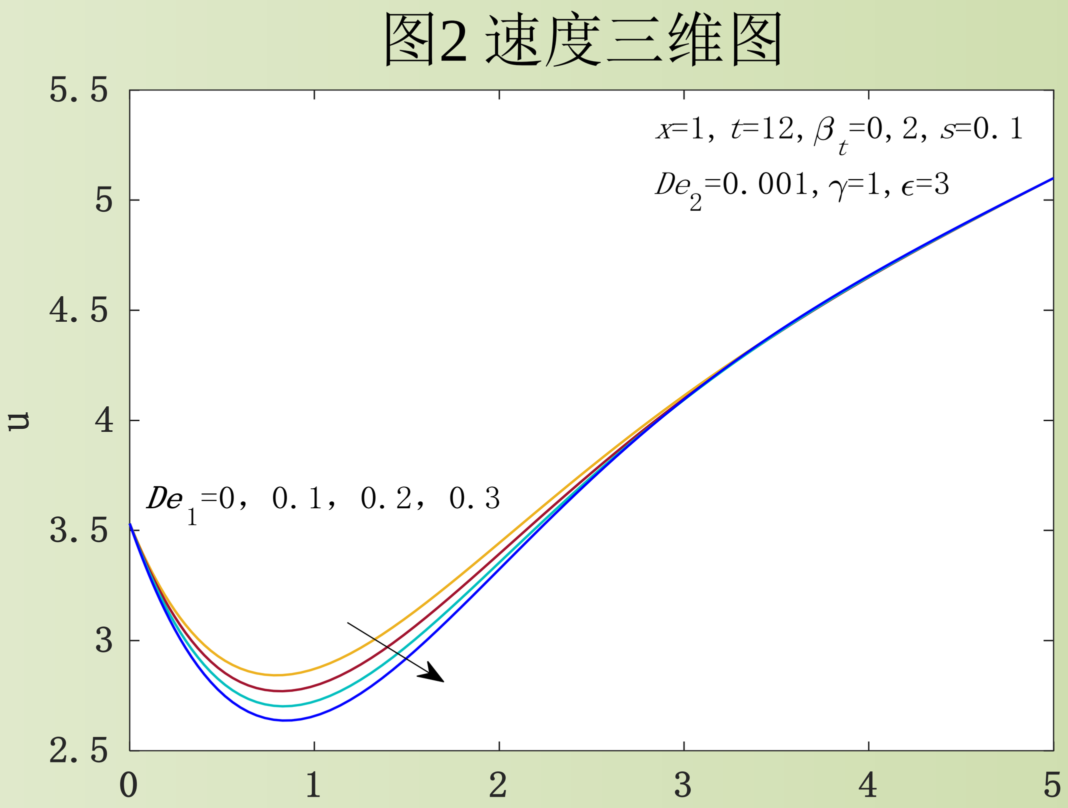

图3 德博拉数De_1对速度u的影响

图3反应了松弛时间的德博拉数De_1对斜驻点流动速度场的影响。显示出对速度的阻碍作用。

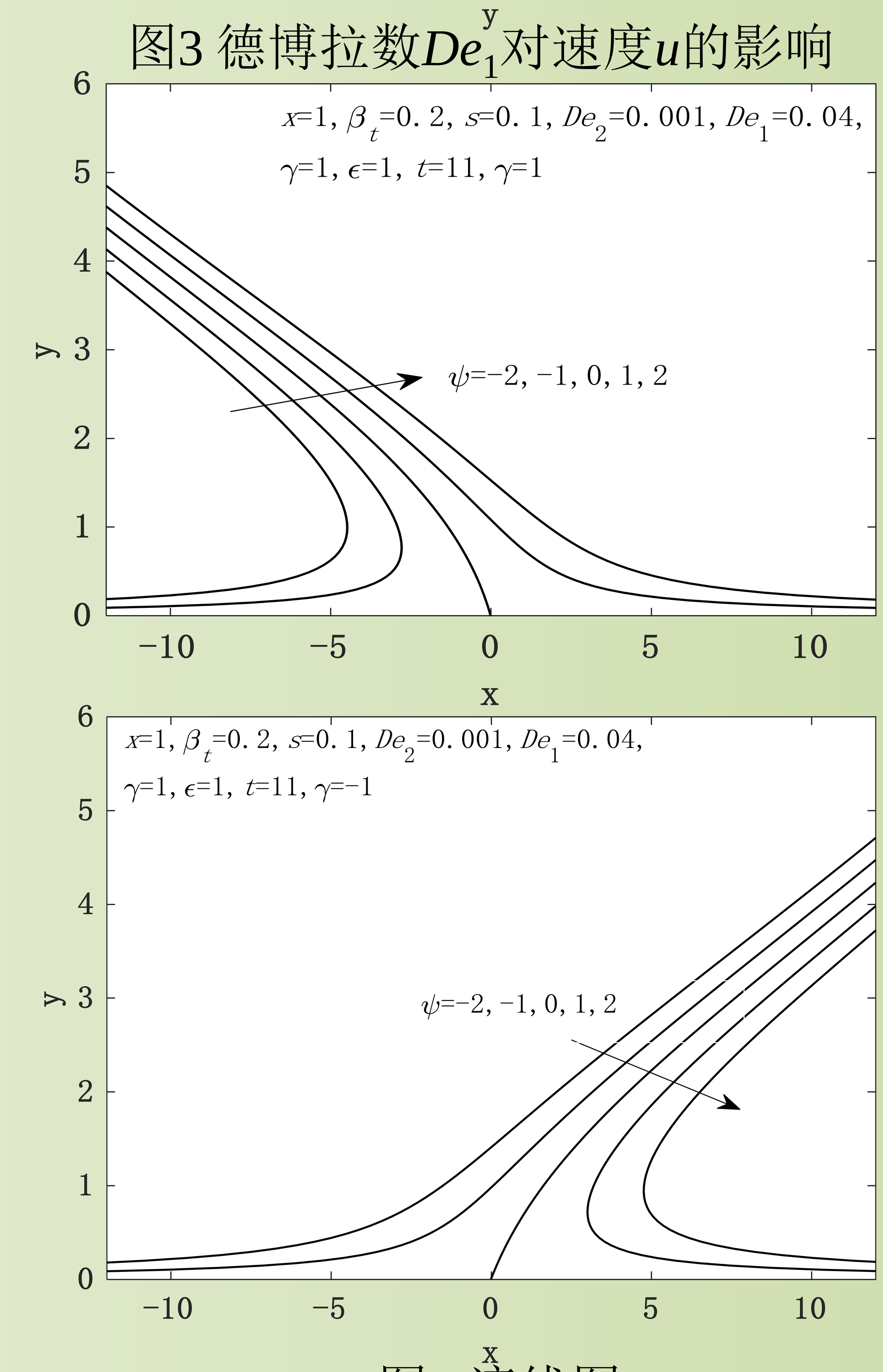

图4 流线图

图4 展示了剪切参数γ=1与 γ=-1下的斜驻点流动的流线。

斜驻点流动剪切参数的正负控制流体流线的入射方向。