

第十二届全国流体力学学术会议

陕西 西安 2022年11月19~21日

《机翼升力原理探索

及

公式推导》

$$F_{升} = \frac{1}{2} [K(\pi \frac{\bar{c}}{\sin \alpha v} + 1) \sin^2 \alpha \cos \alpha] \rho S v^2$$

升力系数
???

$$K(\pi \frac{\bar{c}}{\sin \alpha v} + 1) \sin^2 \alpha \cos \alpha$$

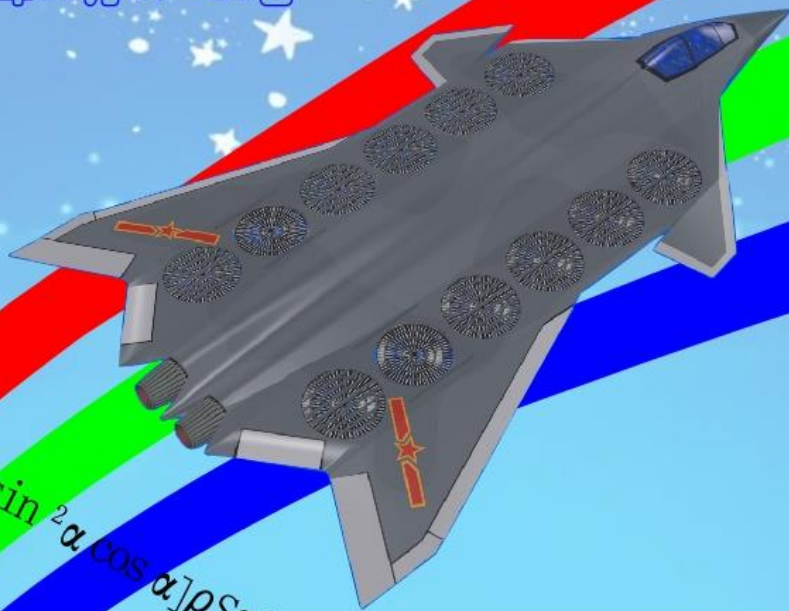
$$k = \cot \alpha$$

$$P_{静} = \pi \rho \bar{c}^2 \frac{v^2}{2} \sin^2 \alpha$$

扫去浊来降月尘，
地洁空净映祥云。
僧缘尘外了然世，
赋解迷津济世人。

作者
陈敬萍

单位
太平哨华彩学校



机翼升力原理探索及公式推导¹⁾

陈敬萍^{*, 2)}

* (太平哨华彩学校, 辽宁丹东宽甸 118200)

摘要 本次升力原理探索的过程中, 遵循从现象到本质, 再到公式推导的过程。在微观下, 有迎角的机翼飞行时会改变机翼上下表面与空气分子原先的接触状态, 打破了机翼表面原先保持的压强平衡, 产生了压差空气动力。同时, 在宏观下, 机翼下表面也会施加力推移空气, 从而受到了空气的反作用力。这两种力共同形成了自机翼下表面垂直指向上表面的总的空气动力, 这个总的空气动力在垂直方向上的分力就是机翼的升力, 在水平方向上的分力就是阻力, 依此便推导出一般性的升力和阻力公式。结果表明, 升力原理和相关公式在飞机的各种飞行过程中基本适用, 能解释清楚各种飞行现象, 证明了压差空气动力和反作用力空气动力是形成飞机飞行时机翼升力和阻力最主要的原因。

关键词 碰撞速率; 压强; 空气动力; 升力; 阻力

Exploration and formula derivation of wing lift principle

JINGPING CHEN

(Taipingshao Huacai school, Kuandian, Dandong, Liaoning 118200, China)

Abstract In the process of exploring the lifting principle, we follow the process from phenomenon to essence, and then to formula derivation. At the microscopic level, when the wing with an angle of attack flies, it will change the original contact state between the upper and lower surfaces of the wing and air molecules, breaking the pressure balance originally maintained on the wing surface and generating differential pressure aerodynamics. At the same time, under the macro, the lower surface of the wing will also exert a force to push the air, thus receiving the reaction force of the air. These two forces together form the total aerodynamic force from the lower surface of the wing to the upper surface. The component of the total aerodynamic force in the vertical direction is the lift of the wing, and the component in the horizontal direction is the drag. Based on this, the general formula of lift and drag is derived. The results show that the lift principle and related formulas are basically applicable in all kinds of flight processes of aircraft, and can explain all kinds of flight phenomena clearly. It is proved that the pressure difference aerodynamics and reaction aerodynamics are the main reasons for the formation of wing lift and drag during aircraft flight.

Key words Collision rate; Pressure; Aerodynamics; Lift; resistance

引言

有时候, 实践往往走在理论的前面。比如在航空界有一个难以置信的事实, 就是莱特兄弟在 100 多年前就将飞机飞上了天空, 但直到今天, 人们仍然没有对飞行升力原理做出物理

的、定性的解释, 机翼升力的产生仍是个未解之谜[1]!

鉴于物体表面受到大气的压力压强是空气分子碰撞接触的结果, 故本文将不采用“飞行相对运动原理”[2]等变通方法探索机翼升力原理, 而是利用传统的运动学、动力学和统计力

1) 基金资助项目: 无

2) Email: 597247266@qq.com

学等物理知识，对飞机飞行原理正向推理，尝试地进行物理的、定性的解释，用浅显易懂的语言、通俗的逻辑来厘清升力、阻力和省力等原理，推导出相关计算公式。

飞行器升力或阻力的产生实际上是飞行器表面受到多种空气动力综合作用的结果，所以对升力或阻力的研究要从飞行器表面受到的大气压强开始探索。

本文探索的是飞行器在静止的空气中的飞行，暂不探索有风情况下飞行器受力的变化。

1 飞机静止时机翼所受到的空气动力分析

一般情况下，空气动力是指物体与空气相对静止或相对运动时空气作用在物体上的压力，包括微观下空气分子自由运动产生的压力和宏观上空气整体运动产生的压力。

飞机在大气中飞行，机翼就会受到空气的作用力，也就是空气动力的影响。那机翼是如何受到空气动力影响的，我们就要探索清楚空气的性质和空气与机翼之间运动时所产生的物理变化等。

我们知道，大气是有压强的，浸没在空气中的物体都要受到大气压强的作用。机翼静止时，平静的空气也对其表面施加了压力，机翼表面受到的这个压力就是由大气压强产生的，所以要探索这个空气压力，就要了解大气压强的成因和计算方法。

1.1 大气压强产生的原因及计算

1.1.1 大气压强产生的原因

根据分子运动论可知，微观下的空气是由大量的粒子组成，它们永不停息快速地做着随机热运动，不断地碰撞其他分子或物体表面，产生持续的、均匀的作用力，因此物体表面就受到了大气压强的影响。

可见，大气内部压强的产生与地球引力没有直接关系，它主要与分子的热运动有关。比如太空中的空间站，内部几乎不受地球引力影响，但大气压强照常存在，这就是分子运动产生大气压强的最好例证。再比如水滴为什么近似球形，是表面张力，其实也是四面八方的大气压力与水滴内分子间引力博弈的结果。

但地球引力也间接影响大气压强，因为它影响一定海拔的空气密度，一般情况下，空气密度大，大气压强就大。

1.1.2 空气分子碰撞物体表面的半球模型

上面的分析知道，空气分子是不停地做无规则运动的，从分子运动论上看，对任何方向上的压强都是相同的。

我们知道空气分子从 0 度和 180 度角去碰撞都无法接触到物体表面，给飞行器表面带来压力。只有在 0 度和 180 度之间的角度去碰撞，才能接触到飞行器表面，给飞行器表面施加压力，产生压强，如图 1 所示。

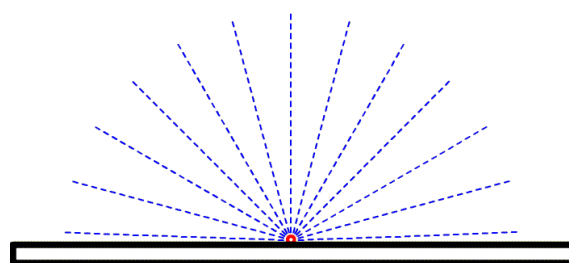


图 1 空气分子碰撞物体表面的角度

由于空气分子的运动是无规则的，朝向任意方向的，空气分子数量还非常庞大，在平面内从 0 度和 360 度间有无数个这样的空气分子碰撞物体表面，从而形成了个碰撞物体表面某点的空气分子撞击半球，球心就是碰撞接触点，这就是空气分子半球碰撞模型，如图 2 所示。一般情况下，空气半球对物体表面碰撞产生的力，方向可以等效于垂直于物体表面。

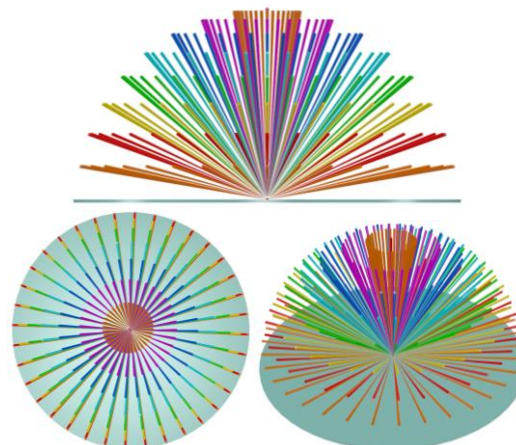


图 2 分子碰撞物体表面某点的空气半球模型

物体的表面可以看成由无数个点组成的，每个点都是这样受到空气分子撞击半球的碰撞接触，从而物体表面受到持续的、均匀的大气

压强，物体表面就受到了垂直于其表面的大气压力。

以上的半球碰撞模型都是空气分子对飞行器表面上某点完整的碰撞，还有的是不完整的碰撞。

比如浸润现象中杯中液面和杯壁相交处的液面上受到空气分子的碰撞就是半球的一半，如图 3 所示，因为另一半被杯壁遮挡了，所以此处液面受到的大气压强减小。远处液面受到的空气分子的碰撞是完整的碰撞，受到的大气压强较大。液面不同处空气分子的碰撞模式不同从而形成压强差，所以此处液面就会上升，直到压强平衡为止，形成毛细现象。

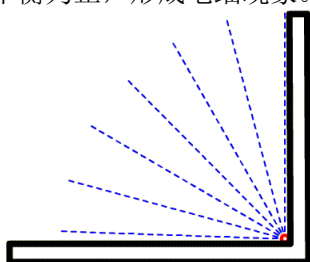


图 3 边角处空气分子碰撞情况

而在长方体鱼缸内液面的棱角处，空气半球的完整性碰撞进一步破坏掉，液面受到的压强更小，此处液面上升更高。

1. 1. 3 大气压强计算

根据上面原理分析可以看出，大气内部压强的产生基本与重力无关，所以计算方法与水内部压强计算是不同的，可不考虑重力加速度 g 的影响。

由于大气的压强是由微观下大气分子的热运动形成的，所以与空气的密度和温度有关，密度 ρ 越大，温度 T 越高，大气压强 p 就越大，可用大气状态方程 $p = \rho RT$ [3] 表示。

但这个大气状态方程是以温度的变化来反应压强的变化的，在空气动力研究中，我们是很难用温度来测量和计算空气动力的，所以要探索新的大气压强公式。

大气的温度不仅决定了大气压强的大小，还决定了空气分子的热运动程度，温度越高，空气分子运动越激烈，其程度大小可用分子平均热运动速率 \bar{c} 表示。

均热运动速率 $\bar{c} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi}}$ [4] 表示。

可见，大气压强的大小和空气分子的热运动的激烈程度都与温度有关，我们就可以根据

大气状态方程和分子平均热运动速率 \bar{c} 推导出空气静止状态下的大气压强公式（式中 \bar{c}^2 为上标 C^2 ）。

$$\text{根据 } P = \rho RT, \text{ 变形得 } T = \frac{P}{\rho R}$$

$$\text{根据 } \bar{c} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi}}, \text{ 变形得 } T = \frac{\pi \bar{c}^2}{8R}$$

$$\text{因此: } \frac{P}{\rho R} = \frac{\pi \bar{c}^2}{8R}$$

化简，得新的大气压强公式

$$P = \frac{\pi}{8} \rho \bar{c}^2 \quad (1)$$

这是机翼升力计算的基础大气压强公式，从这个公式可以看出，大气压强 P 的大小与空气密度 ρ 和分子平均热运动速率 \bar{c} 有关，空气密度 ρ 越大，分子平均热运动速率 \bar{c} 越高，大气压强 P 越大。

在常温下，一般的分子平均热运动速率 \bar{c} 大约是每秒 460 米左右，如果空气密度大约是 1.226 左右，那么此时压强为：

$$P = \frac{\pi}{8} \rho \bar{c}^2 = 1.01 \times 10^5 \text{ Pa}$$

也就是大约一个标准的大气压，那就意味着 1 平方米受到的大气压力为 10 吨重，1 平方厘米受到的大气压力为 1 千克重。可见，众多空气分子密集的撞击所产生的压力很大，从厨房的吸盘挂钩就可以看出来。

1. 2 机翼受到空气动力

1. 2. 1 机翼受到的大气压强大小

飞机的机翼是浸没在空气中的，在空气微观环境下，空气分子做热运动时会撞击机翼表面，所以机翼表面受到大气的作用力是通过接触方式传递的。因此，机翼表面就受到了大气压强的影响，是大量空气分子对机翼表面随机地不断地碰撞的结果，从而产生了持续的、均匀的作用力。

当空气和机翼都静止时，空气分子对机翼表面持续的、均匀的作用力就是大量空气分子对机翼表面随机性地接触碰撞，其程度就与空气密度和分子平均热运动速率 \bar{c} 有关。根据基础大气压强公式（1）可知，此时机翼表面受到的大气压强是：

$$P = \frac{\pi}{8} \rho \bar{c}^2$$

可见，当空气和机翼都静止时，机翼表面受到的大气压强与空气内部的大气压强都一样。

但机翼在空气中运动时，空气没有变化，是静止状态，空气分子还是处于正常的随机热运动状态。可由于机翼与空气的相对位置发生了变化，那么空气分子撞击到机翼表面的碰撞速率也发生了相对变化。一般情况下，碰撞速率或者比分子平均热运动速率 \bar{c} 大，或比分子平均热运动速率 \bar{c} 小，这时空气分子撞击到机翼表面的碰撞速率就变为 $(\Delta \bar{c})$ 了，那么机翼表面受到的大气压强也相应地发生了变化，为：

$$P = \frac{\pi}{8} \rho (\Delta \bar{c})^2 \quad (2)$$

这就是机翼表面受到的大气压强公式。

可见，机翼表面受到的压强 P 的大小与空气密度 ρ 和机翼表面受到的分子碰撞速率 $(\Delta \bar{c})$ 有关，空气密度 ρ 越大，空气分子对机翼表面的碰撞速率 $(\Delta \bar{c})$ 越高，机翼表面受到的压强 P 就越大，反之就低。

1. 2. 2 静止状态下机翼受到的空气动力分析

机翼和空气都处于静止状态时，无论机翼表面处于何种姿态，一般情况下都把空气分子撞击机翼表面产生的综合作用力理解成垂直于机翼表面的压力。

假设一个机翼上下表面都是平面，侧面忽略不计，那么空气分子垂直接撞击到机翼的上下表面上，由于机翼和空气都处于静止状态，分子碰撞速率 $(\Delta \bar{c})$ 就是分子平均热运动速率 \bar{c} ，如图 4 所示。

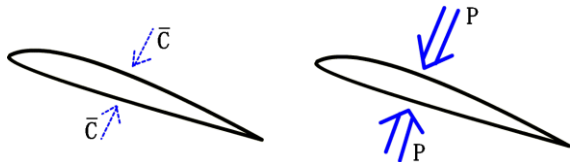


图 4 空气对机翼表面的作用效果

那么此时机翼上表面受到的大气压强 P 就是：

$$P_{\text{上}} = \frac{\pi}{8} \rho (\Delta \bar{c})^2 = \frac{\pi}{8} \rho \bar{c}^2$$

下表面受到的大气压强 P 也同样是：

$$P_{\text{下}} = \frac{\pi}{8} \rho (\Delta \bar{c})^2 = \frac{\pi}{8} \rho \bar{c}^2$$

由于机翼的上下表面积 S 都相等，所以机翼上下表面所受到的大气压力 F 是：

$$F_{\text{上}} = \frac{\pi}{8} \rho \bar{c}^2 S$$

$$F_{\text{下}} = \frac{\pi}{8} \rho \bar{c}^2 S$$

所以： $F_{\text{上}} = |F_{\text{下}}|$

可见，机翼和空气都处于静止状态时，机翼上下表面受到的空气压力大小相等，方向相反，达到一种平衡状态。即使机翼的形状不规则，机翼所有不同角度的表面所产生压力的综合效果也使机翼处于平衡状态。

此时机翼受到的空气动力效果就是：

$$\begin{aligned} F_{\text{动}} &= F_{\text{下}} - F_{\text{上}} \\ &= \frac{\pi}{8} \rho \bar{c}^2 S - \frac{\pi}{8} \rho \bar{c}^2 S \\ &= 0 \end{aligned}$$

可见机翼和空气都处于静止状态时，机翼受到综合的空气动力为 0。也就是说，机翼受力达到平衡状态，因此保持原先的静止状态。

大气压强是空气内部分子无序运动所产生的，是一种微观状态下的压强现象，由于分子运动随机，各个方向都有压强，浸没在空气中的任何物体受到的综合压力达到平衡，所以我们就感觉不到空气内部的分子微观运动和所产生的压力。

2 飞机飞行时机翼受到的空气动力分析

一般无风的情况下，飞机无论飞行与否，机翼都浸没在静止的空气中，空气的性质都没有改变，无论机翼处于何种姿态，微观下空气分子都从四面八方撞击着机翼表面，产生了垂直于机翼表面的空气作用力。

经过上面的分析我们知道，这个作用力是非常强大的，只是机翼静止时这些空气在微观下对机翼的综合作用力达到平衡状态罢了。在飞机的飞行中，通过利用有利的条件，来改变这种空气作用力的平衡，就能产生有利于形成升力的空气动力。

2. 1 升力产生的关键——机翼迎角

飞机在飞行中，机翼的姿态是打破空气作用力平衡的有利条件，这个姿态一般指机翼与飞行方向之间的纵向夹角和水平方向的横向夹角，纵向夹角可以理解为迎角，它将使机翼产生有利于形成升力的空气动力。

在飞机飞行中，为了便于理解，我们把机翼表面与空气分子运动方向相反，迎着空气分子的撞击而前进的面称为迎风面，也就是正对着飞行方向的面；机翼表面与空气分子运动方向相同，顺着空气分子的撞击而远离的面称为背风面，也就是背对着飞行方向的面。

一般情况下，无论是机翼上表面还是下表面，只要与飞行方向成 $0\sim 90$ 度间的角，那么这个机翼表面就是可以产生升力的迎风面，如图 5A、C 所示，这里我们可以称机翼迎风面与飞行方向间的夹角 α 或 α' 为迎角。

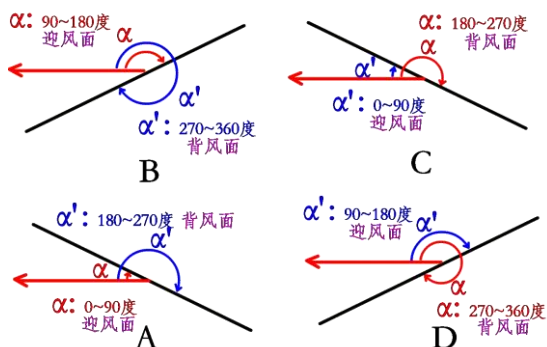


图 5 机翼表面的迎风面与背风面的转换

下面的分析中，我们把机翼假设是一个平板，上下表面的形状、面积、迎角大小等都相同，厚度忽略不计，不考虑翼型的影响，并且机翼与横向水平方向夹角为 0 度。

虽然机翼下表面的迎角 α 和上表面的迎角 α' 相差 180 度，但只是产生作用力的方向不同，所以在下面的一般性机翼升力推导过程中，把机翼上表面迎角 α' 都看作机翼下表面的迎角 α ，下面所称的“迎角”即为机翼下表面迎角 α ，不以“和”的方法计算升力，而以“差”的方法进行升力的计算。

2. 1. 1 机翼无迎角

如果飞机的机翼处于水平状态飞行，也就是机翼迎角为 0 度，如图 6 所示。这时飞机飞行时机翼上下表面不是迎风面也不是背风面，与上下表面空气之间的相对位置没有发生实质变化，基本上不会对空气产生任何物理性质的

影响，空气分子仍以原先的平均热运动速率 \bar{c} 去碰撞机翼表面，也就是空气分子对机翼上下表面的碰撞速率 ($\Delta \bar{c}$) 都相等，都是 \bar{c} ，所以机翼上下表面受到大气压强大小都一样，处于一种运动中的压强平衡状态，机翼受到的综合的空气动力为 0 ，自然不会有升力产生。

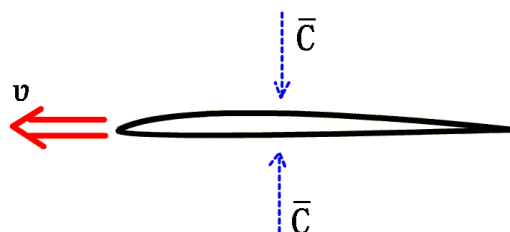


图 6 无迎角的空气动力分析

2. 1. 2 机翼正迎角

飞机的飞行没有改变空气的性质，这样空气分子照常从不同方向撞击机翼的上下表面，也就是说空气撞击机翼上表面和下表面的方向基本上是相反的。

如果在飞机飞行时，机翼迎角为 0 到 90 度之间，也就是机翼以一定的正迎角状态飞行，如图 7 所示。这时飞机飞行时机翼下表面为迎风面，上表面为背风面，上、下表面与空气分子之间的相对位置将发生不同的变化，就会对机翼上、下表面的空气分子产生了不同物理性质的影响。

从空气的微观层面上看，在飞行方向上，机翼上表面这时就开始远离附近的空气，空气分子就开始追赶机翼。垂直于机翼上表面飞行分速度的方向与空气分子撞击的方向一致，因为机翼上表面以一定速率背离空气分子的撞击，那么机翼上表面受到空气的分子碰撞速率 ($\Delta \bar{c}$) 就会减少，机翼上表面受到的压强就会减小，如图 7 所示。

在飞行方向上，机翼下表面则迎击附近的空气，垂直于机翼下表面飞行分速度的方向与空气分子撞击的方向相反，速率两相叠加，机翼下表面受到的分子碰撞速率 ($\Delta \bar{c}$) 就会增加，机翼下表面受到的压强就会增大。

飞机飞行时机翼上下表面压强的变化反应到压力的变化，机翼受到向下的压力减弱，向上的压力增强，机翼上下表面压强的变化，打破了原先静止状态的压强平衡，机翼从而受到

了向上的压力差，产生了有利于形成升力的向机翼后上方的空气动力，这就是压差空气动力。

压差空气动力是一种微观状态下的空气动力，它是形成机翼升力最重要的力。

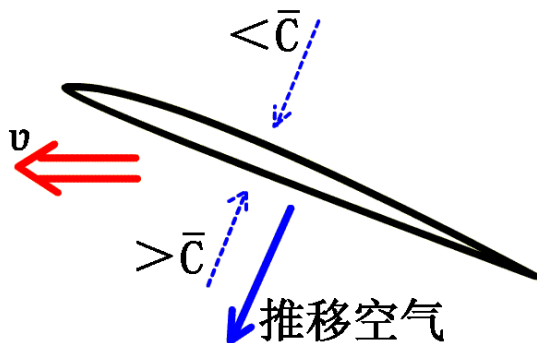


图7 迎角的作用

从空气的宏观层面上看，有迎角的机翼在飞行时，在飞行方向上，它的上表面背离空气运动，腾挪出空间，表面附近的空气在周围空气压力下向下运动填补这个空间，空气流动方向基本垂直于机翼上表面。

而有迎角的机翼下表面在飞行方向上前进时则挤压空间，沿途的空气就会被倾斜的机翼下表面推移出其前进路线。由于机翼飞行时对空气施加的水平推力在机翼下表面的分力是垂直于机翼下表面的，那么被推移空气的流动方向基本垂直于机翼下表面而不是垂直向下。

可见，有迎角的机翼在飞行时，不仅在微观下能引起机翼上下表面受到分子碰撞速率的变化，还能引起空气宏观上的向下流动。机翼迎角越小，空气流动方向越垂直于飞行方向。

在这个过程中，机翼上表面主动远离空气，机翼没有对空气施加力，空气只是跟随机翼流动，所以这种追赶机翼的宏观空气流动对机翼上表面没有影响。

但机翼下表面主动迎击空气，对空气施加了力，空气产生了宏观上的下洗运动现象，空气的下洗宏观运动同时也对机翼产生了向后上方的反作用力，这就是反作用力空气动力，它也是能形成升力的空气动力。

反作用力空气动力是宏观状态下的空气动力，它与压差空气动力方向一致，是形成机翼升力重要的补充，飞行速度越快越明显。

2. 1. 3 机翼迎角为 90 度

如果在飞机飞行时，机翼迎角为 90 度，也就是机翼表面与运动方向垂直，这时机翼上表面开始远离附近的空气，机翼下表面则迎击附近的空气，机翼受到了向后的压力差，也就是产生的空气动力全都是阻力，升力为 0。

2. 1. 4 机翼负迎角

如果在飞机飞行时，机翼迎角为 90 到 180 度之间，也就是机翼以一定的负迎角状态飞行。这时与机翼的正迎角飞行相反，机翼下表面成了背风面，开始远离附近的空气，而机翼上表面成了迎风面，迎击附近的空气，机翼受到了向下的压力差，也对空气产生了宏观上的上洗运动现象，最终形成向下的压力，产生了负升力。

2. 1. 5 小结

由此可见，飞机飞行时机翼的迎风面受到的压强增加，背风面受到的压强减小。在机翼的迎风面，不仅微观压强增加，宏观压强也增加。在机翼的背风面，只有微观压强减小，不受气流的宏观压强影响。

机翼迎角决定了机翼表面是迎风面还是背风面，也决定了升力的大小和方向。处于水平和垂直状态时无升力产生，处于负迎角时会产生向下的负升力，只有正迎角时才产生飞行时所需要的脱离重力束缚的升力。可以说，正迎角是机翼产生升力的关键。

2. 2 压差空气动力推导

推导一般性的压差空气动力是在一个理想条件下进行的，假设一个理想模型：机翼平直，上下表面是形状相同，面积相等，迎角也相等，不考虑机翼厚度，不考虑机翼上下表面空气的密度变化，也不考虑机翼下表面空气绕流到上表面的干扰等等，机翼在横向水平方向的夹角为 0 度，纵向迎角在 0 度~90 度之间，此时机翼的下表面为迎风面，上表面为背风面，等等。

在升力原理探索和公式推导中，实事求是地分析空气分子与机翼表面撞击的情形，比较空气分子追赶机翼上表面与空气分子迎头撞击机翼下表面时机翼表面的受力大小，从而计算出压差空气动力。

当飞机和空气都静止时，机翼表面受到空气分子的碰撞速率 ($\Delta \bar{c}$) 就是分子平均热运动速率 \bar{c} ，如图 8。

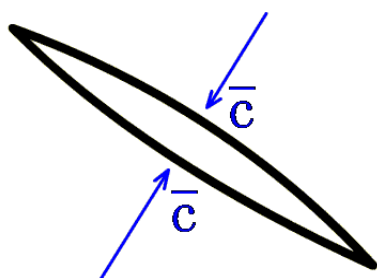


图 8 分子与机翼表面碰撞示意图

飞机在静止的空气中运动时，有一定迎角 α 的机翼表面受到空气分子的碰撞速率 ($\Delta \bar{c}$) 就不是 \bar{c} 了。当机翼向左运动时，机翼上表面（背风面）远离空气分子的撞击倒退，空气分子与机翼上表面之间是追及运动，机翼上表面受到空气分子的碰撞速率 ($\Delta \bar{c}$) 要小于 \bar{c} ，如图 9。机翼下表面（迎风面）迎着空气的撞击运动，空气分子与机翼下表面之间是相遇运动，机翼下表面受到空气分子的碰撞速率 ($\Delta \bar{c}$) 就要大于 \bar{c} 。

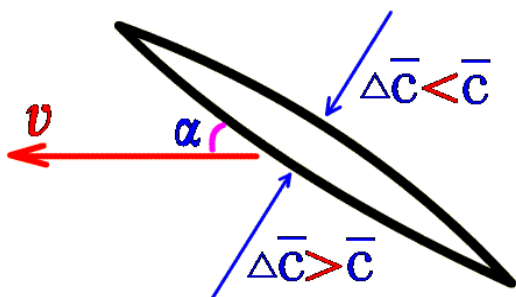


图 9 分子与机翼表面碰撞速率变化示意图

如果迎角为 α 的机翼以速度 v 运动，那么速度 v 在机翼上、下表面垂直方向上的分速率就是 $\sin \alpha v$ ，如图 10。

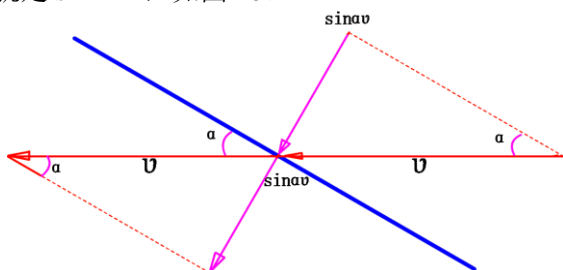


图 10 飞行速度作用在机翼表面上的分速率示意图

机翼上表面与空气分子之间的相对运动是追及运动（如图 11），受到空气分子的碰撞速率 ($\Delta \bar{c}$) 就是 ($\bar{c} - \sin \alpha v$)，受到的压强就是：

$$P_{\text{上}} = \frac{\pi}{8} \rho (\Delta \bar{c})^2 = \frac{\pi}{8} \rho (\bar{c} - \sin \alpha v)^2$$

机翼下表面与空气分子之间的相对运动是相遇运动，受到空气分子的碰撞速率 ($\Delta \bar{c}$) 就是 ($\bar{c} + \sin \alpha v$)，受到的压强就是：

$$P_{\text{下}} = \frac{\pi}{8} \rho (\Delta \bar{c})^2 = \frac{\pi}{8} \rho (\bar{c} + \sin \alpha v)^2$$

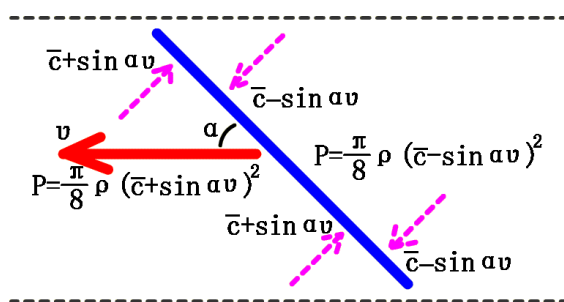


图 11 机翼运动与表面压强的变化

所以机翼上、下表面就产生了压强差 $P_{\text{差}}$ （式中的 C 就是 \bar{c} ）：

$$P_{\text{差}} = P_{\text{下}} - P_{\text{上}}$$

$$= \frac{\pi}{8} \rho (\bar{c} + \sin \alpha v)^2 - \frac{\pi}{8} \rho (\bar{c} - \sin \alpha v)^2$$

$$= \frac{1}{2} \left(\pi \frac{c}{\sin \alpha u} \sin^2 \alpha \right) \rho v^2$$

如果机翼面积是 S ，根据压强公式：

$$P = \frac{F}{S}$$

就可以计算出垂直于机翼上表面的压差空气动力：

$$F_{\text{压差}} = \frac{1}{2} \left(\pi \frac{c}{\sin \alpha u} \sin^2 \alpha \right) \rho S v^2 \quad (3)$$

压差空气动力是机翼在静止的空气中运动时打破原先保持的压强平衡所获取的一种微观下的空气动力，不仅与飞行速度 v 、机翼面积 S 、所处的空气密度 ρ 有关，还与机翼的迎角 α 大小和所处海拔的空气分子平均热运动速率 \bar{c} 有关系。

2.3 反作用力空气动力推导

有迎角的机翼在飞行时不仅能引起表面空气微观下的压强变化，打破原先保持的压强平衡，它的上表面也能诱使空气向下运动填补腾挪出的空间，而它的下表面还能推移空气，从而在飞机的飞行中，使空气产生了从上向下近乎垂直于机翼表面的宏观流动。

由于机翼上表面空气的宏观流动是受上方大气压强影响而产生的被动的流动，如果飞行时不减速，机翼上表面就不会受到上方流动空气的影响。而机翼下表面的空气流动是机翼对空气整体施加了作用力，机翼从而受到空气的反作用力，产生了宏观上的反作用力空气动力。

当机翼以一定迎角运动时，机翼下表面会把空气有规律地给推移出机翼的前进路线。空气有一定质量，被推移时还产生了加速度，根据牛顿第二定律，机翼对静止的空气施加了力。再根据牛顿第三定律，机翼本身也会受到空气的反作用力，从而产生了反作用力空气动力。

飞机飞行时，机翼下表面若以一定迎角推开空气的，空气并不是被竖直推下去的，被推移的方向与机翼下表面是垂直的，如图 12。蓝色圆圈代表空气，机翼下表面 AC 水平向左移动时，空气被机翼下表面推动，从 A 点沿着机翼下表面向下移动，经过 t₂、t₃、t₄、t₅ 位置移动到 B 点，这时空气移动轨迹 AB 与机翼下表面 AC 垂直。

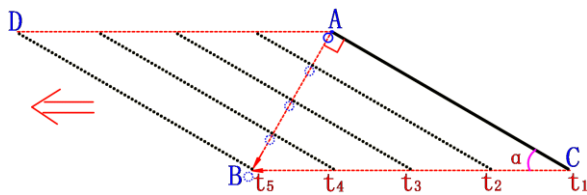


图 12 空气被机翼下表面推移运动轨迹示意图

那么空气从 t₁ 移动到 t₅ 时推移了多少空气呢？如果把机翼看作一个矩形，那么 AC 就是机翼的宽，假设机翼的长为 L，因为 AC ⊥ AB，所以被推移空气的体积 V 就是：

$$V = AC \times AB \times L$$

那么被推移空气的质量 m 就是：

$$m = \rho V = \rho (AC \times AB \times L)$$

一定质量的空气由静止到运动，就产生了一定的加速度 a，根据牛顿第二定律 F = ma，

就一定产生了力 F。所以机翼对空气施加了力 F_{空气}：

$$F_{\text{空气}} = ma$$

再看被推移空气的加速度，如图 13 所示。机翼 t 时间内从 t₁ 向左移动到 t₂，静止的空气从 A 点向下运动到 B 点，移动的距离为 AB，离开机翼末端时的速度 (B 点) 是 v₁，那么根据运动学公式 v² - v₀² = 2ax 可知：

$$v_1^2 - v_0^2 = 2a(AB)$$

v₀ 等于 0，得出空气的加速度为

$$a = v_1^2 / 2(AB)$$

那么被推移空气所受到的力的大小为：

$$F_{\text{空气}} = ma$$

$$= \rho (AC \times AB \times L) \cdot v_1^2 / 2(AB)$$

$$= \frac{1}{2} \rho (AC \times L) v_1^2$$

AC 就是机翼的宽，L 就是机翼的长，那么机翼的面积 S 就是 (AC × L)，

$$\text{所以：} F_{\text{空气}} = \frac{1}{2} \rho S v_1^2$$

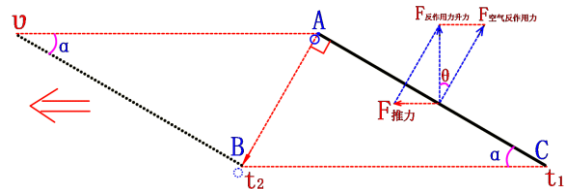


图 13 反作用力空气动力示意图

空气被推移的末速度 v₁ 与飞行速度 v 及迎角 alpha 的正弦值有关，如图 13。

$$v_1 = \sin \alpha v$$

所以被推移的空气所受到的力

$$F_{\text{空气}} = \frac{1}{2} \rho S (\sin \alpha v)^2 = \frac{1}{2} (\sin^2 \alpha) \rho S v^2$$

机翼对空气施加了向下的垂直于机翼下表面的力，那么空气也会对机翼施加了向上的垂直于机翼上表面的反作用力，也就是方向相反、大小相同的反作用力空气动力 F_反。

$$F_{\text{反}} = |F_{\text{空气}}| = \frac{1}{2} (\sin^2 \alpha) \rho S v^2$$

$$\text{既：} F_{\text{反}} = \frac{1}{2} (\sin^2 \alpha) \rho S v^2 \quad (4)$$

反作用力空气动力是一种宏观的空气动力，它是以被推移空气整体速度 v_1 为基础进行计算的，从公式中可见它的大小也与机翼面积 S 、机翼迎角 α 、机翼速度 v 和空气密度 ρ 有关。因为反作用力空气动力是一种宏观上的空气动力，所以与分子碰撞速率 ($\Delta \bar{c}$) 无关。如果迎角 α 较小时，飞行速度低时反作用力空气动力很小。

2. 4 总空气动力

机翼在静止的空气中运动会产生压差空气动力 (3) 和反作用力空气动力 (4)，它们方向一致，都是垂直于机翼上表面，所以把它们合起来，就是机翼总的空气动力。

$$F_{\text{总}} = F_{\text{差}} + F_{\text{反}}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \left(\pi \frac{c}{\sin \alpha} \sin^2 \alpha \right) \rho S v^2 \\ &\quad + \frac{1}{2} (\sin^2 \alpha) \rho S v^2 \\ &= \frac{1}{2} \left[\left(\pi \frac{c}{\sin \alpha} + 1 \right) \sin^2 \alpha \right] \rho S v^2 \end{aligned}$$

既：

$$F_{\text{总}} = \frac{1}{2} \left[\left(\pi \frac{c}{\sin \alpha} + 1 \right) \sin^2 \alpha \right] \rho S v^2$$

以上空气动力公式推导都是在理想状态下进行的，如果考虑机翼翼型和表面形状，上、下表面迎角的不同，空气会绕流到机翼上表面形成的干扰等等，如图 14，那么实际空气动力会小。

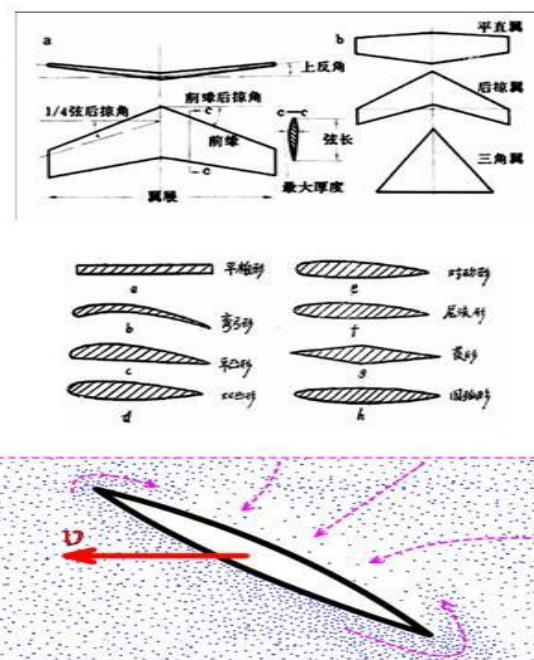


图 14 外因对空气动力的影响

所以实际计算中就要加一个修正系数 K 。

$$F_{\text{总}} = \frac{1}{2} \left[K \left(\pi \frac{c}{\sin \alpha} + 1 \right) \sin^2 \alpha \right] \rho S v^2 \quad (5)$$

K 一般的取值小于 1，如果忽略它时取值为 1。

3 升力、阻力、省力的理解和相关公式推导

在飞机的飞行中，机翼升力仅仅是飞行原理的一部分，阻力、省力原理都探索明白才能真正弄清楚飞机是怎样飞行的。

本节在空气静止的条件下对机翼升力、阻力一般性的研究，不涉及有风的情况和飞机整体升力和阻力。

3. 1 升力、阻力、省力的概念理解及公式推导方法

本文中的升力可理解为与飞行方向垂直且克服重力的力，阻力是与飞行方向相反的力，如图 15，为了理解方便，飞机沿水平方向飞行。因升力和阻力都是空气动力的分力，所以用空气动力来求升力和阻力最方便。

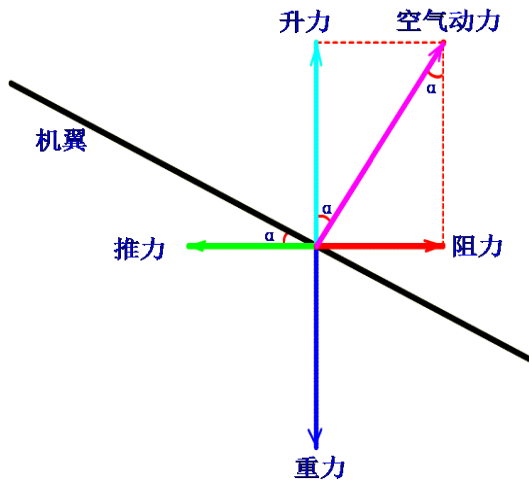


图 15 空气动力与升力、阻力的关系

省力原理就是升力和推力的比较，简单理解就是一份推力能产生多少份升力，比值越大，飞行越省力。一般情况下，省力原理用升阻比表示比较方便。

3.2 一般性机翼升力公式的推导

在计算机翼升力时，由于空气动力的垂直分力就是升力，所以用空气动力求升力更容易，如图 15。

空气动力与升力之间是余弦关系，所以利用总的空气动力式 (5) 乘以机翼迎角 α 的余弦值就可以求出升力公式：

$$F_{升} = F_{总} \times \cos \alpha$$

$$= \frac{1}{2} \left[K \left(\pi \frac{c}{\sin \alpha u} + 1 \right) \sin^2 \alpha \right] \rho S v^2 \times \cos \alpha$$

$$= \frac{1}{2} \left[K \left(\pi \frac{c}{\sin \alpha u} + 1 \right) \sin^2 \alpha \cos \alpha \right] \rho S v^2$$

既：

$$F_{升} = \frac{1}{2} \left[K \left(\pi \frac{c}{\sin \alpha u} + 1 \right) \sin^2 \alpha \cos \alpha \right] \rho S v^2$$

(6)

从这个一般性升力公式可以看出，机翼升力大小除了与空气密度、机翼面积和飞行速度有关外，还与机翼的迎角大小和机翼所处海拔空气分子平均热运动速率 \bar{c} 有关。

升力系数主要包含三方面内容，一是迎角与升力的关系 ($\sin^2 \alpha \cos \alpha$)，二是升力组成的比例变化 ($\pi \frac{c}{\sin \alpha u} + 1$)，三是翼型等其它因素 K 。

($\sin^2 \alpha \cos \alpha$) 这个因式说明了迎角与升力的关系，完美解释了为什么刚开始升力随着机翼的迎角增大而增大，大到一定程度会随着迎角的增大而减小的道理，如图 16 的升力曲线。所以，机翼的迎角不是越大越好，而是要根据设计要求适当选择。

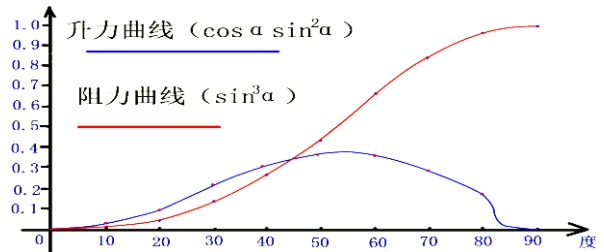


图 16 升力、阻力曲线

($\pi \frac{c}{\sin \alpha u} + 1$) 说明了压差升力和反

作用力升力的比例变化。($\frac{c}{\sin \alpha u}$) 这个

因式表达的是速率比，也就是分子平均热运动速率与飞行速度在机翼表面垂直分速率的比值。一般海拔变化不大情况下，速率比与速度 v 和迎角 α 的正弦值有关。飞行速度 v 大，速率比小，飞行速度 v 小，速率比大；迎角 α 大，速率比小，迎角 α 小，速率比大。

机翼上表面出现真空时本升力公式失效，所以本升力公式中 $\sin \alpha u \leq \bar{c}$ 。

($\pi \frac{c}{\sin \alpha u}$) 这个因式是压差升力占

比，1 是反作用力升力占比。飞行速度低时速率比大，可见，压差升力占比非常大，通常是几十到几百，而反作用力占比只有 1。因此反作用力升力在飞机速度低时几乎可以忽略不计，随着飞行速度升高，这个压差升力占比才会减小，这时反作用力升力占总升力的比重才上升。

K 是因翼型、机翼形状、扰流等其它因素的修正系数，一般情况下小于 1。

3.3 一般性机翼阻力公式的推导

我们在前面用空气动力的垂直分力来计算升力，同样也用空气动力的水平分力计算阻力，如图 15。下面只探索机翼空气动力方面产生的飞行阻力，而不涉及机翼其它形式的阻力和飞机整体的飞行阻力。

从图 15 可看出阻力与空气动力则是正弦的关系，空气动力乘以迎角的正弦就是阻力，所以阻力公式就是：

$$f_{阻} = F_{总} \cdot \sin \alpha$$

$$= \frac{1}{2} [K (\pi \frac{c}{\sin \alpha u} + 1) \sin^2 \alpha] \rho S v^2 \cdot \sin \alpha$$

$$= \frac{1}{2} [K (\pi \frac{c}{\sin \alpha u} + 1) \sin^3 \alpha] \rho S v^2$$

既：

$$f_{阻} = \frac{1}{2} [K (\pi \frac{c}{\sin \alpha u} + 1) \sin^3 \alpha] \rho S v^2 \quad (7)$$

阻力系数与升力系数的区别就是迎角函数的不同，其它解读都相同。如果飞机速度不变的情况下，飞行阻力大小受迎角影响的主要因素就是迎角正弦值的立方。从图 16 阻力曲线图可以看出，随着迎角的增大，阻力一直在增加。机翼水平状态时阻力为 0，机翼迎角小的时候飞行阻力很小，随着迎角增大阻力快速增加，直到接近 90 度增加放缓并达到最大值。

3.4 特殊情况下升力与阻力的计算

上面的升力和阻力公式都是一般性的公式，如果在某些迎角下飞行，或有风的情况，再或飞行速度非常高，比如飞船再入大气层，可能出现了 $\sin \alpha \leq \bar{c}$ 的时候，此时这个一般性公式就不能很好计算了，就要在遵守飞行原理的基础上进行新的计算，比如分别计算机翼上、下表面的升力，再计算综合升力。

3.5 机翼省力公式的推导

飞行原理中不仅包括升力原理和阻力原理，还包括能把发动机水平小推力转化成垂直方向大升力的省力原理。

在工作中，工人们用图 17 这样的斜面往上推油桶，工人水平方向的推力变成了使油桶向上升的力。可见，斜面是个力的转化工具，能把一个方向上的力转换成另一个方向不同的力。只要调整好坡度，推动时就会很省力，说明斜面还有省力的效果。

像搭在汽车车厢上的木板那样的简单机械，叫做斜面。



图 17 斜面的省力作用

飞机在飞行时就是利用斜面的原理进行省力飞行的。发动机能通过有迎角的机翼把自己水平方向小的推力转换成垂直方向大的升力，所以机翼是力的转化工具，具有省力的功能。

同样，用升力与推力的比来表达省力的程度不如用升力与阻力的比计算方便，如果机翼上下表面迎角相差不大可忽略时，这时升阻比约为机翼迎角 α 的余切值：

$$\begin{aligned} \text{升阻比: } \kappa &= \frac{F_{升力}}{F_{阻力}} \\ \kappa &= \cot \alpha \end{aligned} \quad (8)$$

升阻比与迎角的关系如图 18 曲线所示，当迎角小时升阻比非常高，这时发动机推力较小，可非常经济地飞行。

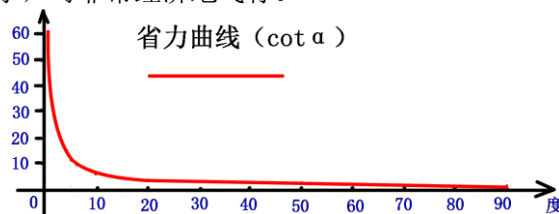


图 18 省力曲线

4 飞行器整体升力阻力分析

上面推导了机翼的一般性升力和阻力公式，有时候要全面分析和推导飞行器的整体升力或阻力，就不能用上面推导简化的一般性升力或阻力公式了。

前面在探索机翼运动时的压强变化时知道，机翼静止在不流动地空气中时，各个表面受到地大气压力相互作用，最后达到一种静态平衡。

当飞机飞行时，机翼各个表面受到大气的压强就会发生变化，机翼的迎风面压强会增加，背风面压强会减小，原先保持的受力静态平衡就会被打破。如果把各个表面的受力大小

分别计算出来，再合到一起，也能计算出升力和阻力的大小和方向。

同样，我们在探索飞行器整体空气动力时，可以把飞行器表面分成若干个单元表面，有的表面是迎风面，有的是背风面，同样迎风面压强会增加，背风面压强会减小。先分别计算出飞行器每一个单元表面所受到的升力和阻力，再把各个单元表面受到的升力和阻力综合起来计算，就能求出飞行器飞行时所产生的升力和阻力。

可以说，升力和阻力，就是飞行器飞行时各个表面受到空气动力综合比较的结果。

为了便于理解，我们把飞行方向理解成水平的，向上垂直方向就是升力方向，向下的垂直方向就是重力方向。

4.1 物体表面单元

由于飞行器在空气中飞行时，主要是外表与空气之间产生空气动力，所以我们研究飞行器飞行中的空气动力就要研究飞行器的外表。

因为飞行器外表的不规则，无法整体进行空气动力的研究，所以把飞行器表面分成若干面积相等的单元表面，每个单元表面都有自己与飞行方向的纵向夹角 θ 、水平方向的横向夹角 β （如图 19）、速度 v 和面积 S 等属性，这样就比较容易计算每个单元表面的升力和阻力了。

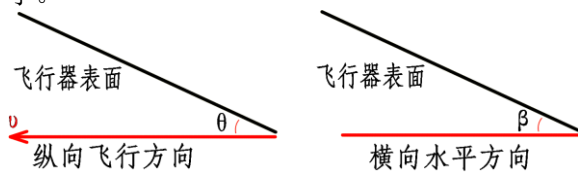


图 19 纵向夹角 θ 和横向夹角 β 示意图

4.2 升力阻力计算分析

为了便于分析，在进行飞行器空气动力计算时，把组成飞行器表面归类为迎风面和背风面进行整体空气动力计算分析。

这里的迎风面是指飞行器表面朝着飞行方向，能推移空气，对空气施加力的作用。背风面指背着飞行方向远离空气的飞行器表面，不会对空气施加推力，空气只会被动跟随。

4.2.1 背风面空气动力计算分析

飞行器飞行时，背风面闪腾出空间，在微观下背风面受到的大气分子碰撞速率降低，受到的大气压强减小。在宏观上看，因为背风面闪腾出空间，空气来填补空间，产生宏观上的流动现象。但由于空气是跟随飞行器的背风面流动的，所以这种宏观的空气流动对背风面无影响。这样，我们在进行飞行器背风面的受力计算时就不用考虑宏观空气流动的影响，只进行微观下的受力计算。

由于飞行器的背风面与空气分子之间的相对运动也是追及运动，受到空气分子的碰撞速率 $(\Delta \bar{c})$ 也是 $(\bar{c} - \sin \theta v)$ ，那么飞行器的背风面受到的压强就是：

$$P_{背} = \frac{\pi}{8} \rho (\bar{c} - \sin \theta v)^2$$

如果飞行器背风面的面积是 S ，那么大气在飞行器的背风面产生的压力 $F_{背}$ 就是：

$$F_{背} = \frac{\pi}{8} \rho (\bar{c} - \sin \theta v)^2 S$$

压力 $F_{背}$ 的在顺着飞行方向的平面内的分力也有两个，一个是顺着飞行方向的力 $f_{顺}$ ，一个是垂直于飞行方向的力 $F_{侧}$ 。

当背风表面与飞行方向的夹角 θ 在 $180 \sim 270$ 度之间时，如图 20 所示， $F_{背}$ 指向垂直于背风表面的前下方， $f_{顺}$ 方向水平向前，与飞行方向相同， $F_{侧}$ 方向向下，与飞行方向垂直。

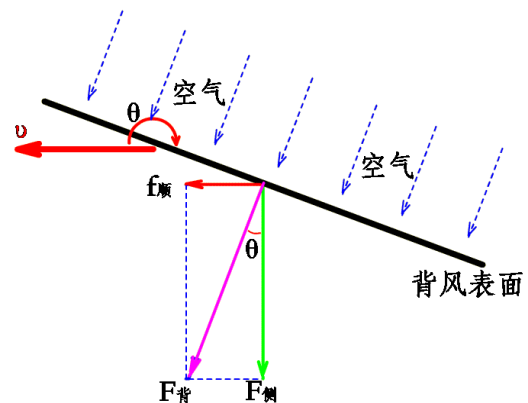


图 20 飞行器上背风表面空气动力分析

当背风表面与飞行方向的夹角 θ 在 $270 \sim 360$ 度之间时，如图 21 所示， $F_{背}$ 指向垂直于背风表面的前上方。同样 $f_{顺}$ 方向水平向前，与飞行方向相同， $F_{侧}$ 方向向上，与飞行方向垂直。

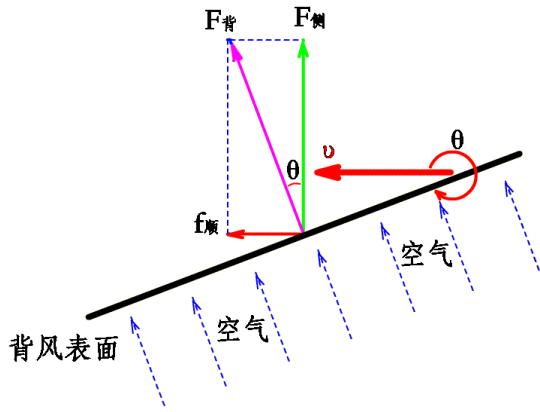


图 21 飞行器下背风表面空气动力分析

可以看出，无论夹角 θ 怎么变化， $f_{顺}$ 都是与飞行方向平行的， $F_{侧}$ 都是与飞行方向垂直。

与机翼升力与阻力的推导方法相似，飞行器背风面的 $F_{侧}$ 与 $F_{背}$ 之间存在着余弦的关系， $f_{顺}$ 与 $F_{背}$ 之间存在着正弦的关系。这样，我们就可以计算 $F_{侧}$ 和 $f_{顺}$ (9) 了。

$$F_{侧} = \cos \theta F_{背} = \frac{\pi}{8} \cos \theta \rho S (\bar{c} - \sin \theta v)^2$$

$$f_{顺} = \sin \theta F_{背} = \frac{\pi}{8} \sin \theta \rho S (\bar{c} - \sin \theta v)^2$$

(9)

由于 $F_{侧}$ 方向在纵向上与飞行器表面垂直，而飞行器表面在横向上并不总是水平的，有的还与横向水平面存在着一定的夹角 β ，如图 22 所示，所以求升力还要考虑飞行器表面与水平方向的横向夹角 β 的涵数值。

$F_{侧}$ 在横向上也有两分力，一个是水平分力 $F_{水平}$ ，一个是升力 $F_{升}$ 。

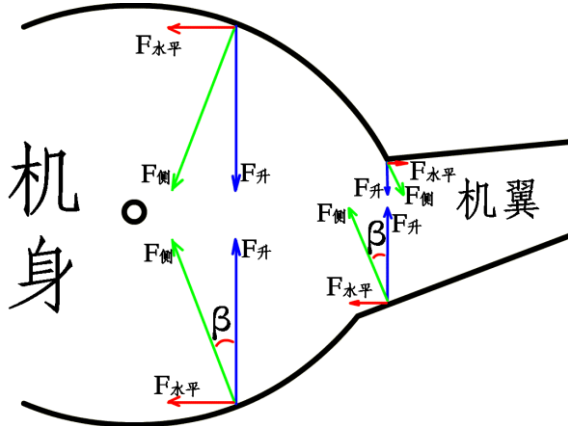


图 22 飞横向夹角 β 与空气动力的关系

由于升力 $F_{升}$ 与 $F_{侧}$ 是余弦的关系，所以此处升力 $F_{升}$ 为：

$$F_{升} = |\cos \beta| F_{侧}$$

$$F_{升} = \frac{\pi}{8} |\cos \beta| \cos \theta \rho S (\bar{c} - \sin \theta v)^2 \quad (10)$$

一般考虑到升力的方向主要由飞行器表面与飞行方向的纵向夹角 θ 决定的，飞行器表面与水平面的横向夹角 β 的余弦值只是修正的升力大小。

4. 2. 2 迎风面空气动力计算分析

飞行器飞行时表面上处于迎风面与前面分析的机翼下表面相似，迎风面主动与迎来的空气分子相碰撞，在微观下迎风面受到的大气分子碰撞速率增加，受到的大气压强增强。在宏观上看，因为迎风面与空气分子接触并将其推移出去，空气产生宏观上的流动现象。由于空气流动是受到飞行器迎风面的推力的作用，所以这种宏观的空气流动对迎风面产生影响，使其受到的压强增大。这样，我们在进行飞行器迎风面的受力计算时就要考虑宏观空气流动的影响，要同时进行微观下的受力计算和宏观下的受力计算。

在前面探索机翼升力原理知道机翼下表面与空气分子之间的相对运动是相遇运动，同样飞行器的迎风面与空气分子之间的相对运动也是相遇运动，受到空气分子的碰撞速率 ($\Delta \bar{c}$) 也是 $(\bar{c} + \sin \theta v)$ ，那么飞行器的迎风面受到的压强就是：

$$P_{迎} = \frac{\pi}{8} \rho (\bar{c} + \sin \theta v)^2$$

如果飞行器迎风面的面积是 S ，那么大气在飞行器的迎风面产生的压力 $F_{迎}$ 就是：

$$F_{迎} = \frac{\pi}{8} \rho (\bar{c} + \sin \theta v)^2 S$$

同时，飞行器迎风面在推移空气时还受到空气的反作用力：

$$F_{反} = \frac{1}{2} (\sin^2 \theta) \rho S v^2$$

所以，迎风面受到总的空气动力为：

$$F_{迎} = \frac{\pi}{8} \rho S (\bar{c} + \sin \theta v)^2 + \frac{1}{2} (\sin^2 \theta) \rho S v^2$$

同样，飞行器迎风面产生的空气动力 $F_{迎}$ 的分力也有两个，一个是顺着飞行方向的力 $f_{顺}$ ，一个是垂直于飞行方向的力 $F_{侧}$ 。

当迎风表面与飞行方向的夹角 θ 在 $0\sim 90$ 度之间时，如图 23 所示， $F_{迎}$ 指向垂直于迎风表面的后上方， $f_{顺}$ 水平向后，与飞行方向相反， $F_{侧}$ 方向向上，与飞行方向垂直，指向飞行器内部。

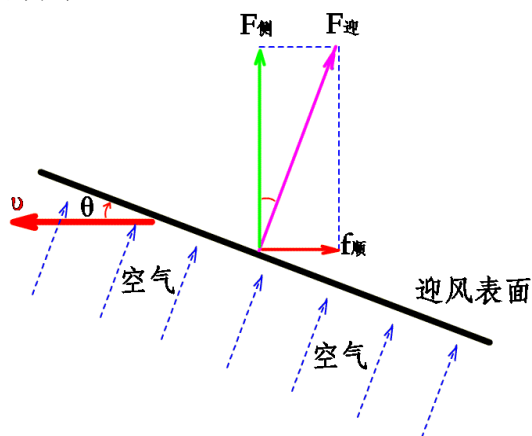


图 23 飞行器下迎风表面空气动力分析

当迎风表面与飞行方向的夹角 θ 在 $90\sim 180$ 度之间时，如图 24 所示， $F_{迎}$ 指向垂直于迎风表面的后下方， $f_{顺}$ 水平向后，与飞行方向相反。 $F_{侧}$ 方向向下，与飞行方向垂直，指向飞行器内部。

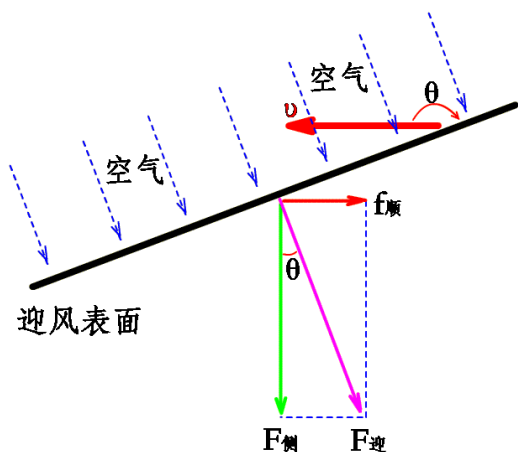


图 24 飞行器上迎风表面空气动力分析

可以看出，无论夹角 θ 怎么变化，顺着飞行方向的力 $f_{顺}$ 都是与飞行方向相反的，垂直于飞行方向的力 $F_{侧}$ 都是指向飞行器内部的。

同样，飞行器迎风面的垂直于飞行方向的力 $F_{侧}$ 与空气动力 $F_{迎}$ 之间存在着余弦的关系，顺着飞行方向的 $f_{顺}$ 与空气动力 $F_{迎}$ 之间存在着正弦

的关系。这样，我们就可计算 $F_{侧}$ 和 $f_{顺}$ (11) 了。

$$F_{侧} = \cos \theta F_{迎}$$

$$= \cos \theta \left[\frac{\pi}{8} \rho S (\bar{c} + \sin \theta v)^2 + \frac{1}{2} (\sin^2 \theta) \rho S v^2 \right]$$

$$f_{顺} = \sin \theta F_{迎}$$

$$= \sin \theta \left[\frac{\pi}{8} \rho S (\bar{c} + \sin \theta v)^2 + \frac{1}{2} (\sin^2 \theta) \rho S v^2 \right] \quad (11)$$

同样，由于 $F_{侧}$ 方向在纵向与飞行器表面垂直，而飞行器表面并不总是水平的，有的与水平方向还存在着一定的夹角 β (如图 22)，所以求我们所需要的升力还要考虑飞行器表面与水平方向的横向夹角 β 的函数值。

由于 $F_{侧}$ 与升力 $F_{升}$ 是余弦的关系，所以此处升力 $F_{升}$ (12) 为:

$$F_{升} = |\cos \beta| F_{侧}$$

$$F_{升} = |\cos \beta| \cos \theta \left[\frac{\pi}{8} \rho S (\bar{c} + \sin \theta v)^2 + \frac{1}{2} (\sin^2 \theta) \rho S v^2 \right] \quad (12)$$

4. 2. 3 总体空气升力和阻力计算分析

把飞行器所有表面的力都合到一起，就是飞行器最终所受到力。但一般情况下，我们最需要的是计算飞行器最终的升力是多少，阻力是多少，所以其它方向的力就不作为计算重点。

在计算中，把所有飞行器表面单元的升力加到一起就是总升力 (13)，把所有单元的顺向力加到一起就是总的阻力 (14)。

$$F_{总升力} = F_{升1} + F_{升2} + F_{升3} + \dots + F_{升n} \quad (13)$$

$$f_{阻力} = f_{顺1} + f_{顺2} + f_{顺3} + \dots + f_{顺n} \quad (14)$$

从图 25 可知，迎风面的阻力与背风面的阻力方向相反，飞行器上表面与下表面的升力方向相反。一般情况下，迎风面的阻力大于背风面的阻力，飞行器上表面升力（负值）小于下表面的升力，所以飞行器的阻力向后，升力向上。

其它条件不变的情况下，飞行器表面与飞行方向的纵向夹角 θ 和横向夹角 β 决定飞行器升力和阻力的大小和方向。因为机身横向截面一般都是对称结构，所以横向夹角 β 主要对上有上反角和下反角的机翼升力影响较大。

因为 $\sin \theta$ 在 $0^\circ \sim 180^\circ$ 之间为正值，在 $180^\circ \sim 360^\circ$ 之间为负值； $\cos \theta$ 在 $270^\circ \sim 90^\circ$ 之间为正值，在 $90^\circ \sim 270^\circ$ 之间为负值。根据公式 (9) (10) (11) (12) 可知：

当纵向夹角 θ 在 $0 \sim 90$ 度之间时，如图 24 的机头下的位置，这时产生的升力向上，阻力向后。

当纵向夹角 θ 在 $90 \sim 180$ 度之间时，如图 24 的机头上的位置，这时产生的升力为负值，方向向下，阻力向后。

当纵向夹角 θ 在 180 度时，如图 24 的机背的位置，这时升力和阻力为 0。

当纵向夹角 θ 在 $180 \sim 270$ 度之间时，如图 24 的机尾上的位置，这时产生的升力为负值，方向向下，阻力向前。

当纵向夹角 θ 在 $270 \sim 360$ 度之间时，如图 24 的机头上的位置，这时产生的升力向上，阻力向前。

当纵向夹角 θ 在 360 度或 0 度时，如图 24 的机腹的位置，这时升力和阻力为 0。

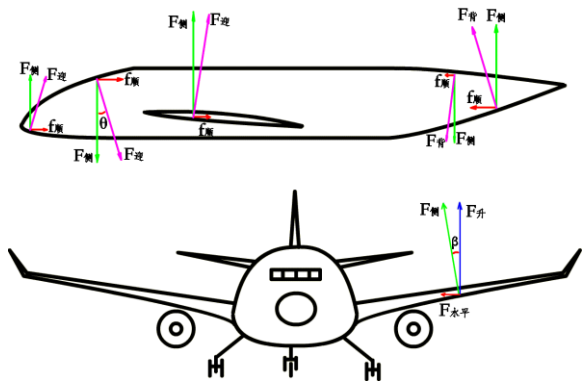


图 25 飞行器综合受力示意图

当机翼上反角或下反角也就是角 β 较大时，机翼的升力就会减小。

飞行器为了减小阻力，前进的迎风面尽量小，所以我们在求总的阻力时直接把所有阻力合到一起就可以了，可忽略飞行器前后不同的相对位置阻力的不同。

但飞行器上下表面较大，不同相应位置的升力差不相同的趋势就比较明显。比方说机头

的升力差就是负的，产生向下的力。机翼的升力是正的，产生向上的力。机尾的升力也是负的，产生向上的力。所以在计算升力时不仅要考虑总升力，还要考虑不同相对位置升力的不同造成的影响。

4.3 计算机模拟

由于飞行器表面的空气动力可以通过计算得出其升力值和阻力值，那么我们就可以设计一款比较亲民的软件来设计飞行器，实时得出所需要的空气动力效果。

一般情况下，由于飞行器表面不规则，我们在进行空气动力分析时就可以把飞行器表面等效成一个个小多边形的空气动力单元组成的。在软件中，这些多边形面积越小，数量越多，飞行器形体就越逼真，所受到的空气动力计算得就越精确。由于众多小空气动力单元的拼接会产生一定的面积损失，所以总面积要根据飞行器的不同有针对性地乘以一定系数进行飞行器表面积的修正。

当模型表面建立完毕后，每个小多边形的空气动力单元都有自己的面积、纵向和横向夹角等属性，计算机就可以根据公式 (9) (10) (11) (12) 来大规模计算每个小多边形的空气动力单元的升力来阻力，再根据 (13) (14) 来计算总体的升力和阻力了。

5 结论

升力原理总结：空气分子从各个方向撞击机翼表面，对机翼表面产生压力。飞机飞行时，有一定迎角的机翼前进时，机翼上表面做远离空气运动，受到空气的压强减小；机翼下表面做迎击空气运动，受到空气的压强增大。机翼上下表面从而产生了压强差，形成了微观下的压力差升力。另外，有迎角的机翼下表面还会把前进方向的空气推移下去，从而对空气施加了力并受到空气的反作用力，所以就产生了宏观上的反作用力升力。空气的压力差升力和反作用力升力合成了机翼总的升力。

在飞机的飞行中，机翼造成空气的流动方向不是从前往后的，与飞行方向平行的，而是近似垂直于飞行方向（空气流动方向基本垂直于机翼表面）的宏观流动。机翼迎角越小，空气流动方向越垂直于飞行方向。

5.1 升力、阻力原理和公式推导

机翼受到空气的压强是微观下大量空气分子的随机碰撞接触的结果，飞机主要升力的获取是通过机翼运动打破原先的压强平衡来实现的，所以通过统计力学和牛顿力学等来探索压差升力原理和反作用力原理比伯努利的流体力学更有利。

飞机静止时，在微观下，机翼上下表面都受到大量的空气分子不停地撞击，受到了相同的大气压强作用，压强大小是公式（1），机翼上下表面保持着压强平衡。

飞机的飞行使有迎角的机翼上表面受到空气分子的接触撞击减弱，机翼下表面受到空气分子的接触撞击增强，并且机翼下表面还持续与空气分子接触并把它推移下洗出去。飞机的飞行改变了微观下机翼上下表面空气分子与机翼表面的接触状态，引起了机翼上下表面空气微观上和宏观上的变化，从而打破了机翼上下表面的原先的压强平衡，产生了向机翼后上方的空气动力，它在垂直方向的分力就是升力，在水平方向的分力就是阻力，再根据迎角的函数关系推导出升力公式（6）、阻力公式（7）和省力公式（8）。

飞机的升力原理、阻力原理和省力原理是飞机飞行的三个重要原理，其中升力和阻力是实实在在的力，省力却是前两个力的比，就是升阻比。它们与迎角关系的曲线如图 16 和图 18 所示，可以看出，迎角对升力、阻力和省力效果起决定性作用。

5.2 常见飞行现象解读

探索清楚了飞机的飞行三原理和推导出了相关公式，有许多疑问和飞行现象就可以很好地利用它们来解读了。

5.2.1 飞机起飞时与迎角、速度的关系

一般受限于跑道的长度有限，飞机的起飞要求升力大，加速快，滑跑距离短，据升力公式（6），机翼的面积、空气密度、分子运动速率等都不变的情况下，要想提高升力只能提高滑行速度或增加机翼迎角，两者都提高效果更佳。

5.2.2 飞机起飞时迎角与发动机推力的关系

据阻力公式（7）升力阻力曲线图 16 可知，迎角增大升力增大，但阻力也增大，要维持加速就必须加大推力，这就是起飞阶段发动机为什么要加大推力的原因。

5.2.3 飞机起飞时发动机推力与跑道的关系

据升力公式（6），当发动机的功率不足无法产生更大的加速度时，只能增大跑道的长度了，以获取更大的起飞速度 v 。

5.2.4 飞机起飞时经济性分析

根据升阻比公式（8），迎角越大，升阻比越小，所以起飞阶段很耗油，不经济，如果跑道够长，还是小迎角起飞耗油小，很经济。

5.2.5 飞机的省力原理

根据升阻比公式（8），有迎角的机翼在升阻比较大时能实现水平小推力转换成垂直大升力，具有省力作用。所以，几十吨的推力就可起降几百吨的飞机。

5.2.6 飞机爬升时迎角与速度的关系

飞机起飞后，随着海拔的升高，空气密度逐渐下降，气温也降低，分子平均热运动速率也下降，据升力公式（6），机翼的升力也下降。要维持所在高度飞行，就得增加迎角或飞行速度。据阻力公式（7），增大迎角可降低飞行速度，但阻力增大，能耗增加；增加飞行速度可减小机翼迎角，阻力减小，经济省油。

5.2.7 飞机倒飞的原因

据升力公式（6），0 度和 90 度时都没有升力，所以正迎角是产生升力的关键。飞行中的飞机只要保持着正迎角就会产生向上的升力，所以飞机倒着飞只要保持着正迎角就可以，与机翼翼型无关。

5.2.8 飞机飞行时迎角与升力的变化关系

据升力公式（6）升力系数中的迎角函数和升力阻力曲线图 16 可知，迎角大到一定程度时升力就下降了，所以迎角不能无限大。据阻力公式（7）的阻力系数也说明迎角大了，阻力会一直大下去。

5.2.9 飞机飞行中压差升力和反作用力升力占比与速度的关系

据升力公式（6），从飞机在跑道上滑行到空中的飞行，升力的组成比例也发生了变化。

速度低时，速率比（ $\frac{c}{\sin\alpha u}$ ）高，压差升力占比大，所以起降阶段是以压差升力为主，反作用升力可以忽略不计。高速平飞时，速率比下降，反作用力升力的占比才上升，超音速后，更明显。

5. 2. 10 飞机飞行中压差升力和反作用力升力占比与迎角的关系

从速率比（ $\frac{c}{\sin\alpha u}$ ）可以看出，迎角大，速率比就小，反作用力升力的占比会增加。

5. 2. 11 飞机失速原因

据三个公式（6、7、8）和升力阻力曲线图 16，迎角大到一定程度，升力不升反降，阻力越来越大，发动机的推力不能满足阻力的增大时，阻力就大于推力，速度就下降了，升力就小了。迎角大时，机翼表面的干扰气流剧烈，会使压差升力进一步减小。

5. 2. 12 飞机降落时迎角与升力、阻力的关系

飞机降落时，要求升力大，阻力大，根据曲线图 16，机翼迎角大五六十度时升力大，阻

力也大，但飞机无法调整这么大的倾角降落，所以让机翼的襟翼以 60 度角左右的迎角降落，如图 26，这样飞机有较大的升力不会下降过猛，同时也有较大的阻力使飞机减速，很快在跑道上停下来。



图 26 襟翼的角度

参考文献

- 1 埃德·里吉斯撰文，白晨媛翻译。《飞机为什么能飞起来？直到今天，科学家仍然没有答案》[EB/OL]. 2020-03-24[2021-11-24]. https://www.sohu.com/a/380613735_472787
- 2 贾玉红，《航空航天概论》第三版[M].北京：北京航空航天大学出版社
- 3 曾明 刘伟 邹建军，《空气动力学基础》[M].北京：科学出版社，2016. 14-15
- 4 曾明 刘伟 邹建军，《空气动力学基础》[M].北京：科学出版社 2016. 21